ARITMÉTICA Y CODIFICACIÓN

Aritmética binaria
- Suma
- Resta

Representación de los números
- Coma fija + signo
- Complemento a 1
- Complemento a 2
- Exceso a n

DECIMAL	COMA FIJA+SIGNO	COMPLEMEN A1	COMPLEMEN A2	EXCESO 128
+127	01111111	01111111	01111111	11111111
+126	01111110	01111110	01111110	11111110
+125	01111101	01111101	01111101	11111101
......	......	......	......	......
......	......	......	......	......
......	......	......	......	......
+2	00000010	00000010	00000010	10000010
+1	00000001	00000001	00000001	10000001
+0	00000000	00000000	00000000	10000000
-0	10000000	11111111	00000000	10000000
-1	10000001	11111110	11111111	01111111
-2	10000010	11111101	11111110	01111110
-3	10000011	11111100	11111101	01111101
......	......	......	......	01111100
......	......	......	......	......
......	......	......	......	......
-126	11111110	10000001	10000010	00000010
-127	11111111	10000000	10000001	00000001
-128			10000000	00000000

EJERCICIOS

Septiembre del 2003.Gestión.A.14

Obtener el correspondiente número binario en Complemento a 2 de 16 bits del decimal -554

Septiembre del 2000.Gestión.C.14

Represente el nº 2015 de 16 bits complemento a 2 en base decimal.

Febrero del 2003.Gestión.D.13

Determinar el valor decimal del número 11111110 expresado en el formato del convenio de complemento a 2.

Febrero del 2003.Gestión.D.19

La suma de los números A=11001 y B = 11101, representados en palabras de 5 bits y en complemento a uno, da lugar al siguiente resultado:

Febrero del 2003.Gestión.D.8

El rango de representación en complemento a dos de números binarios es de:

a) $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$ b) $[-2^{n-1}, 2^{n-1}]$ c) $[-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}-1]$ d) $[-2^{n-1}, 2^{n-1}+1]$

2006 Septiembre Reserva G_S _18

Obtenga el complemento a 9 del número decimal 09900

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS REALES

Representación de números reales:
- Coma Fija
- Coma flotante

Representación en coma flotante:

Se llama así a la representación de la forma:

<table>
<tr><td colspan="5">$-4,52 \bullet 10^{-12}$</td><td rowspan="6">$N = SM(b)^E$</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Componentes</td><td>Base (b)</td><td colspan="2">10</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Exponente (E)</td><td>Signo (S)</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Valor</td><td>12</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Mantisa (M)</td><td>Signo</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Valor</td><td>4,52</td></tr>
</table>

Representación en binario en coma flotante

Componentes de la representación en coma flotante:
- Signo: 0 para números mayores que 0 /1 para menores que 0
- Mantisa: se representa en coma fija y formato normalizado
- Exponente: se representa en exceso 2^{n-1}-1
- Base

<table>
<tr><td colspan="3"><u>FORMATO IEEE754 (Doble Precisión)</u></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Signo</td><td rowspan="2">Bit 31
(1 bit)</td><td>Nº > 0 ⇒ 0</td></tr>
<tr><td>Nº < 0 ⇒ 1</td></tr>
<tr><td>Exponente</td><td>Bits 30÷23
(8 bits)</td><td>Exceso 2^{8-1}-1=127</td></tr>
<tr><td>Mantisa</td><td>Bits 22 ÷ 0
(23 bits)</td><td>Representación normalizada ⇒ el bit más significativo es siempre “1” y no se representa</td></tr>
</table>

Bit nº	31	30 29 28 27 26 25 24 23	22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
	S	Exponente	Mantisa
	Nº > 0 ⇒ 0 Nº < 0 ⇒ 1	Exceso 2^{8-1}-1=127	Representación normalizada ⇒ el bit más significativo es siempre “1” y bit implícito ⇒ no se representa

Números con representación especial:

	Exponente	Mantisa	Signo
0/0	255	$\neq 0$	
∞	255	0	0
$-\infty$	255	0	1
0	0		
cercano a 0	0	$\neq 0$	

Procedimiento para pasar de decimal a coma flotante:

Ejemplo: Pasar el nº -6,125$_{(10}$ a binario IEEE754

1º.- El bit 31 tomará el valor del signo de la mantisa. (-6,125 $\Rightarrow$ - $\Rightarrow$ 1)

2º.- Pasar a binario la mantisa decimal.

6=110

0,125=0,001

6,125=110,001$_{(2}$

3º.- Normalizar. Correr la coma a derecha o izquierda hasta convertir el número binario en un numero de la forma 1,……..

El número de desplazamientos va a dar valor al exponente de forma que:

Desplazamiento a la derecha $\Rightarrow$ Exponente negativo

Desplazamiento a la izquierda $\Rightarrow$ Exponente positivo

6,125=110,001$_{(2}$ $\Rightarrow$ 1,10001 $\Rightarrow$ Exponente = 2

2 expresado en exceso 127 $\Rightarrow$ 129 $\Rightarrow$ 10000001$_{(2}$

4º.- Mantisa representada con bit implícito $\Rightarrow$ 1,10001 $\Rightarrow$ 10001 (el bit 1 de la parte entera no se representa)

5º.- El número final es 1 10000001 10001000000000000000000 (Se agregan a la derecha los "0" necesarios para completar los 23 bits de la mantisa)

6º.- Pasado a hexadecimal 1 100 0000 1 100 0100 0000 0000 0000 0000 = C0C40000$_{(16}$

Procedimiento para pasar de coma flotante a decimal:

1º.- Convertir a binario el número hexadecimal

C0C40000$_{(16}$ = 1100 0000 1100 0100 0000 0000 0000 0000$_{(2}$

2º.- Identificar los campos del número binario

1 10000001 10001000000000000000000

Sino de la mantisa Exponente representado en exceso 127

Mantisa normalizada con bit ímplicito

3º.- Convertir cada uno de los campos a decimal

1 $\Rightarrow$ Mantisa negativa

10000001$_{(2}$ $\Rightarrow$ 129 $\Rightarrow$ +2

10001000000000000000000 $_{(2}$ $\Rightarrow$ 1,10001000000000000000000$_{(2}$ $\Rightarrow$ Con exponente +2 $\Rightarrow$ Hay que desplazar la coma a la derecha (+2) 2 posiciones $\Rightarrow$ 110,001000000000000000000$_{(2}$ $\Rightarrow$ 6,125$_{(10}$

4º.- El número final es la combinación de todos los valores de los campos $\boxed{-6,125}$

EJERCICIOS

Febrero del 2003.Gestión.D.12

Representar 3ED00000 (expresado en formato IEEE 754 de 32 bits) en decimal

Febrero del 2003.Sistemas.A.11

Obtener el equivalente decimal del numero C1A40000 teniendo en cuenta que se ha empleado para su codificación el formato normalizado IEEE 754 para coma flotante de 32 bits.

Febrero del 2003.Sistemas.A.12

Obtener la representación binaria del numero decimal $1{,}4848 * 10^4$ en formato normalizado IEEE 754 para coma flotante de 32 bits.

Septiembre 2005_G_A16

16.- Obtener el equivalente decimal del número

10011011101101111001111010010000

teniendo en cuenta que se ha empleado para su codificación el formato normalizado IEEE 754 para coma flotante de 32 bits.

a) $-3{,}0377\ 10^{-22}$
b) $-1.4345\ 10^{-72}$
c) $9{,}2008\ 10^{-23}$
d) $-1{,}8364\ 10^{-22}$

Septiembre 2006_G_S_A11

11.- Dado el siguiente formato en coma flotante:

S / Exponente / Mantisa

S: 1 bit
Exponente: exceso 16, base 2 — 5 bits
Mantisa: fraccionaria signo-magnitud — 6 bits

Indique qué cantidad representa 0 00010 100100

a) 0,5625
b) $3{,}433228\ 10^{-5}$
c) 36864
d) 2,25

CÓDIGOS BINARIOS

Conceptos:

- *Ponderados*: Cada dígito tiene un peso de acuerdo al lugar que ocupe en la serie que compone la cifra.
- *Distancia*: entre dos palabras de un código es el número de dígitos que se invierten.
- *Distancia de binario*: la menor de las distancias.
- *Palabras adyacentes*: aquellas cuya distancia es 1
- *Códigos continuos*: Palabras consecutivas son adyacentes.
- *Códigos cíclicos*: Primera y última palabra adyacentes.
- *Códigos densos*: Con "n" bits una capacidad de representación de 2n palabras de código.
- *Códigos autocomplementarios*: cuando cada palabra + su complemento a 1 = N

Tipos de códigos binarios
- Numéricos
- Alfanuméricos
- Detectores de error
- Correctores de error

Códigos alfanuméricos:

Código alfanumérico ASCII

LSD \ MSD		0 000	1 001	2 010	3 011	4 100	5 101	6 110	7 111
0	0000	NUL	DLE	(Esp)	0	@	P	`	p
1	0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
2	0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
3	0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
4	0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
5	0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
6	0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
7	0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
8	1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
9	1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
A	1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
B	1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
C	1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
D	1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
E	1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
F	1111	SI	US	/	?	O	_	o	(Borr)

Las dos primeras columnas, de código, de la citada Tabla 3.31 corresponden a los caracteres de control, cuyos significados son:

NUL:	Nulo.	VT:	Tabulación vertical.	SYN:	Sincronización.
SOH:	Inicio encabezamiento.	FF:	Pasar página.	ETB:	Fin bloque transmisión.
STX:	Inicio de texto.	CR:	Retorno de carro.	CAN:	Anulación.
ETX:	Fin de texto.	SO:	Fuera de código.	EM:	Fin de soporte.
EOT:	Fin de transmisión.	SI:	En el código.	SUB:	Sustituir.
ENQ:	Petición.	DLE:	Eludir la transmisión.	ESC:	Escape.
ACK:	Acuse de recibo.	DC1:	Control dispositivo 1.	FS:	Separador archivo.
BEL:	Campanilla.	DC2:	Control dispositivo 2.	GS:	Separador equipo.
BS:	Backspace.	DC3:	Control dispositivo 3.	RS:	Separador registro.
HT:	Tabulación horizontal.	DC4:	Control dispositivo 4.	US:	Separador de unidad.
LF:	Pasar línea.	NAK:	Acuse recibo negativo.		

Códigos numéricos:

REFLEJADO **PROGRESIVO**

DECIMAL	BIN. NAT.	BCD NAT. 8421	BCD AIKEN 2421	BCD AIKEN 5421	BCD 642-3	BCD EXCESO 3	DECIMAL	GRAY	JOHNSON
0	0000	0000	0000	0000	0000	0011	0	0000	00000
1	0001	0001	0001	0001	0101	0100	1	0001	00001
2	0010	0010	0010	0010	0010	0101	2	0011	00011
3	0011	0011	0011	0011	1001	0110	3	0010	00111
4	0100	0100	0100	0100	0100	0111	4	0110	01111
5	0101	0101	1011	1000	1011	1000	5	0111	11111
6	0110	0110	1100	1001	0110	1001	6	0101	11110
7	0111	0111	1101	1010	1101	1010	7	0100	11100
8	1000	1000	1110	1011	1010	1011	8	1100	11000
9	1001	1001	1111	1100	1111	1100	9	1101	10000
10	1010	1 0000					10	1111	
11	1011	1 0001					11	1110	
12	1100	1 0010					12	1010	
13	1101	1 0011					13	1011	
14	1110	1 0100					14	1001	
15	1111	1 0101					15	1000	
		....							

Conversión de binario natural a Gray:

Se realiza una “O EXCLUSIVA” bit a bit (o en lugar de una o exclusiva una “SUMA SIN TENER EN CUENTA LAS LLEVADAS”) del número consigo mismo desplazado un lugar hacia la derecha.

Pasar el número 101011 a su correspondiente en código Gray:

1	0	1	0	1	1	
	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	0	

Conversión de Gray a binario natural:

Se suma de izquierda a derecha cada bit del binario obtenido del bit i+1 al Gray Gi sin acarreos o utilizando una “O EXCLUSIVE”.

Pasar el número 111110 a su correspondiente en código Gray:

1	1	1	1	1	1	0
	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0

EJERCICIOS

Febrero del 2003.Sistemas.D.6

6. Indicar en cual de los siguientes sistemas de representación numérica el cero tiene representación no única:

a) Exceso a M
b) Binario Natural
c) Complemento a 1
d) Complemento a 2

Septiembre del 2002.Gestión.B.13

Indique de las siguientes expresiones de conversión de números en código Gray a sus equivalentes en binario, cual es correcta:

a) 0100 = 0111   b)11111 = 10001   c)10101 = 10001   d)11001 = 10010

Septiembre del 2002.Gestión.B.15

Convertir a código BCD de exceso a 3 el número decimal 199,05.

a) 110011001,00000101   b)10011001100,00111000
c) 111011101,00000111   d) 11010010111,11000110

CODIGOS DETECTORES Y CORRECTORES DE ERROR

- Condición necesaria: que el código sea no denso.
- Condición necesaria y suficiente para que un código permita detectar errores en un bit es que la distancia sea superior a la unidad.
- En general para poder detectar E errores simultáneos la distancia mínima del código ha de ser E+1

Códigos
- Paridad
  - Consiste en añadir un bit auxiliar que toma el valor 0 o 1 según el número de “1” existente y la paridad elegida.
    - Par $\Rightarrow$ Número par de “1”
    - Impar $\Rightarrow$ Número impar de “1”
- Peso fijo
  - La distancia mínima es de 2, y se mantien un número fijo de “1” en todas las combinaciones.
    - 2 entre 5
    - Biquinario

Código de paridad correspondiente al código base BCD natural			
Dígito decimal	Código BCD natural	Bit paridad impar	Bit paridad par
0	0000	1	0
1	0001	0	1
2	0010	0	1
3	0011	1	0
4	0100	0	1
5	0101	1	0
6	0110	1	0
7	0111	0	1
8	1000	0	1
9	1001	1	0

Códigos detectores de error de palabra fija: 2 entre 5 y biquinario		
Dígito decimal	Código 2 entre 5	Código biquinario Pesos 50 43210
0	01100	01 00001
1	11000	01 00010
2	10100	01 00100
3	10010	01 01000
4	01010	01 10000
5	00110	10 00001
6	10001	10 00010
7	01001	10 00100
8	00101	10 01000
9	00011	10 10000

Corrección por paridad horizontal y vertical

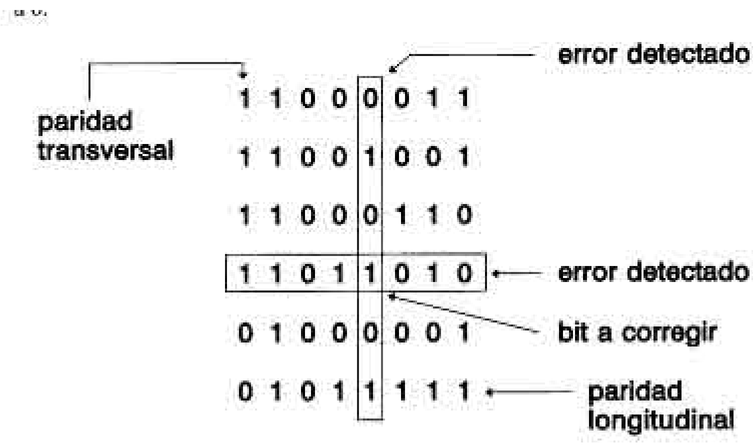

Figura 5.3 Corrección de un bit erróneo por doble detección de paridad en sentido horizontal y vertical.

Febrero del 2002.2ªS.Sistemas.G.13

Para transmitir una informaciones utiliza paridad longitudinal y transversal (paridad par). Decir si el siguiente bloque de información es correcto y, en caso contrario, decir por qué se traduciría la errónea.

B4 C6 8A AF 7E 30 9A 8B

B4	1	0	1	1	0	1	0	0	⇒	0		
C6	1	1	0	0	0	1	1	0	⇒	0		
8A	1	0	0	0	**1**	0	1	0	⇒	1	⇒	82
AF	1	0	1	0	1	1	1	1	⇒	0		
7E	0	1	1	1	1	1	1	0	⇒	0		
30	0	0	1	1	0	0	0	0	⇒	0		
9A	1	0	0	1	1	0	1	0	⇒	0		
8B	1	0	0	0	1	0	1	1	⇒	0		
	⇓	⇓	⇓	⇓	⇓	⇓	⇓	⇓				
PARIDAD	0	0	0	0	1	0	0	0				

La cadena correcta debería ser con el byte 82 en lugar del 8A

Septiembre del 2003.Reserva.Gestión.R.18

Sea el código binario natural de 8 bits al que se añade un bit de paridad impar en el bit menos significativo. ¿Cuál es correcto?:

a) 111111101 b) 110001010 c) 111111111 d)001101001

CODIGO HAMMING

La condición necesaria y suficiente es que la distancia mínima del código sea 2

Para detectar F bit erróneos la distancia mínima ha de ser 2*F+1

A una palabra de n bits habrá que añadir k bits de paridad tal que

$$2^k > n+k$$

Algoritmo:

1. Numerar de dcha a izda los bits con 1,2,3,4...
2. Los bits de paridad ocuparán las posiciones 2^0, 2^1, 2^2, 2^3,...$\Rightarrow$ 1,2,4,8,16,...
3. Resto de bits son los de datos empezando por el 1, 2, 3, ...

BIT	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
POSICIÓN	B11	B10	B9	B8	B7	B6	B5	B4	B3	B2	B1
PALABRA	D7	D6	D5	P8	D4	D3	D2	P4	D1	P2	P1

	BIT DE DATOS	**PARIDADES ASOCIADAS** **El nº binario correspo0ndiente al subíndice del bit (Bi)**
CORRESPONDENCIAS	B3 (D1)	P2,P1
	B5 (D2)	P4,P1
	B6 (D3)	P4,P2
	B7 (D4)	P4,P2,P1
	B9 (D5)	P8,P1
	B10 (D6)	P8,P2
	B11 (D7)	P8,P2,P1

OBTENCIÓN DE LOS BITS DE PARIDAD **A partir de la tabla anterior buscar los Bi correspondientes a cada Pj**	
EMISIÓN	P1= B3 $\oplus$ B5 $\oplus$ B7 $\oplus$ B9 $\oplus$ B11
	P2= B3 $\oplus$ B6 $\oplus$ B7 $\oplus$ B10 $\oplus$ B11
	P4= B5 $\oplus$ B6 $\oplus$ B7
	P8= B9 $\oplus$ B10 $\oplus$ B11

OBTENCIÓN DE LOS BITS ERRÓNEOS EN LA RECEPCIÓN	
RECEPCIÓN	E1 = P1 $\oplus$ B3 $\oplus$ B5 $\oplus$ B7 $\oplus$ B9 $\oplus$ B11
	E2 = P2 $\oplus$ B3 $\oplus$ B6 $\oplus$ B7 $\oplus$ B10 $\oplus$ B11
	E3 = P4 $\oplus$ B5 $\oplus$ B6 $\oplus$ B7
	E4 = P8 $\oplus$ B9 $\oplus$ B10 $\oplus$ B11
La posición del bit erróneo será la = E4-E3-E2-E1	

Febrero del 2003.Sistemas.Nuevo.A.5

5. Para construir un código de Hamming válido para ser utilizado con datos de 14 bits es preciso añadir:

a) 5 bits de paridad.
b) 4 bits de paridad.
c) 3 bits de paridad.
d) 2 bits de paridad.

Febrero del 2003.Sistemas.Nuevo.A.15

15. Para la transmisión de datos de 6 bits se utilizó código de Hamming. Decir si la secuencia recibida es correcta y, en caso contrario, decir dónde se produjo el error.

0010011101

a) No hubo error
b) Hubo error en el bit 4
c) Hubo error en el bit 6
d) Hubo error en el bit 7

Febrero del 2003.Sistemas.Viejo.A.15

15. Cual de las siguientes cadenas, generadas por medio del código de Hamming a partir de datos validos de 6 bits, contiene un error en un bit (recuérdese que cada cadena estará formada por los bits D6D5P4D4D3D2P3D1P2P1):

a) 1010011100
b) 1010101000
c) 1000011011
d) 1010101111