



SUPERFICIES DE RIEMANN Y DE KLEIN

CÓDIGO 158

SUPERFICIES DE RIEMANN Y DE KLEIN

CÓDIGO: 158

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

LINEAS DE INVESTIGACIÓN

PROYECTOS

RESULTADOS

INVESTIGADORES

IGUALDAD DE GÉNERO

PRESENTACIÓN

Los objetos matemáticos a los que se dirige la investigación de nuestro grupo son las superficies de Riemann y de Klein, que son superficies dotadas de estructura analítica o dianalítica respectivamente. Las estructuras de superficie de Riemann y de Klein que se pueden definir sobre superficies con una topología fijada constituyen los espacios de módulos, que permiten el estudio de deformaciones de estos objetos.

Los problemas que atacamos en este grupo se engloban dentro del estudio de las superficies de Riemann y de Klein con automorfismos y de los puntos correspondientes a tales superficies en los espacios de módulos. Las superficies de Riemann y de Klein con automorfismos constituyen el lugar singular en la estructura natural de orbifold complejo que admite el espacio de módulos. Además se explotará la relación de la teoría de superficies de Riemann y de Klein con las curvas algebraicas complejas y reales para obtener resultados de interés en geometría algebraica, pues las superficies con automorfismos corresponden a curvas algebraicas con ecuaciones con una forma especial.

Concretamente los objetivos de la investigación de este grupo se agrupan en tres temas:

- Grupos de automorfismos de superficies de Riemann y de Klein.
- Propiedades geométricas de grupos de uniformización de superficies con automorfismos.
- Superficies con automorfismos en los espacios de módulos.

La teoría de superficies de Riemann es un tema central en matemáticas ya que estas superficies aparecen en análisis complejo, geometría diferencial, teoría de números, geometría algebraica, topología de variedades de dimensión baja, teoría de cuerdas o teoría topológica de campos cuánticos. Esto provoca que para nuestra investigación sea necesario dominar técnicas diversas: algebraicas, geométricas, topológicas, analíticas, numéricas y con muchas interacciones entre ellas. Los problemas que deseamos resolver en este campo tienen repercusiones en otros muchos. Por otro lado es un tema donde investigan varios grupos nacionales e internacionales y de un nivel científico elevado lo que implica una gran competitividad.

El grupo está compuesto por seis investigadores de la UNED que colaboran con varios matemáticos nacionales y extranjeros.

LINEAS DE INVESTIGACIÓN

Líneas investigación con códigos UNESCO

Topología, grupos de transformaciones, 1210.16

Geometría, variedades complejas, 1204.02

Álgebra, geometría algebraica, 1201.01

Topología, variedades tridimensionales, 1210.11

PROYECTOS

Proyecto de investigación vigente subvencionado por el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades:

PID2023-152822NB-I00: SUPERFICIES DE RIEMANN: SIMETRIA, SUPERSIMETRIA Y APLICACIONES. Investigadores principales: SHABAZI ALONSO, CARLOS; COSTA GONZALEZ, ANTONIO

Este grupo se ha beneficiado de ayudas a proyectos de investigación por parte de organismos nacionales e internacionales durante más de 30 años ininterrumpidamente.

Es grupo colaborador de la Red Española de Topología (RET)

Proyectos anteriores más recientes:

PGC2018-096454-B-I00: AUTOMORFISMOS DE SUPERFICIES DE RIEMANN Y DE KLEIN Y SUS ESPACIOS DE MODULOS. 1/1/2019 a 31/12/2022.

MTM2014-55812-P: AUTOMORFISMOS Y ESPACIOS DE MODULOS DE SUPERFICIES DE RIEMANN Y DE KLEIN. (Hasta 30/06/2019)

MTM2011-23092 (Espacios de Módulos y automorfismos de superficies de Riemann y de Klein)

MTM2008-00250 (Superficies de Riemann, simetrías y Espacios de Moduli)

Redes de excelencia (RET):

MTM2017-90897-REDT, MTM2015-69385-REDT

RESULTADOS

Selección de algunos artículos del grupo en los diez últimos años:

- Alzati, Alberto; Sierra, José Carlos A bound on the degree of schemes defined by quadratic equations. *Forum Math.* 24 (2012), no. 4, 733–750.
- Alzati, Alberto; Sierra, José Carlos Quadro-quadric special birational transformations of projective spaces. *Int. Math. Res. Not. IMRN* 2015, no. 1, 55–77.
- Alzati, Alberto; Sierra, José Carlos Special birational transformations of projective spaces. *Adv. Math.* 289 (2016), 567–602.
- Artal, Enrique; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros Professor María Teresa Lozano and universal links [foreword to special issue dedicated to María Teresa Lozano commemorating her 70th birthday]. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 112 (2018), no. 3, 615–620.
- Bartolini, Gabriel; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On the orbifold structure of the moduli space of Riemann surfaces of genera four and five. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM* 108 (2014), no. 2, 769–793.
- Bartolini, Gabriel; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On automorphisms groups of cyclic p-gonal Riemann surfaces. *J. Symbolic Comput.* 57 (2013), 61–69.
- Bartolini, Gabriel; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On the connectivity of branch loci of moduli spaces. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.* 38 (2013), no. 1, 245–258.

- Bartolini, Gabriel; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On isolated strata of p -gonal Riemann surfaces in the branch locus of moduli spaces. *Albanian J. Math.* 6 (2012), no. 1, 11–19.
- Bartolini, Gabriel; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On isolated strata of pentagonal Riemann surfaces in the branch locus of moduli spaces. *Computational algebraic and analytic geometry*, 19–24, Contemp. Math., 572, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2012.
- Bujalance, E.; Cirre, F. J.; Conder, M. D. E. Bounds on the orders of groups of automorphisms of a pseudo-real surface of given genus. *J. Lond. Math. Soc. (2)* 101 (2020), no. 2, 877–906.
- Bujalance, E.; Cirre, F. J.; Conder, M. D. E. On automorphism groups of Riemann double covers of Klein surfaces. *J. Algebra* 472 (2017), 146–171.
- Bujalance, E.; Cirre, F. J.; Conder, M. D. E. Riemann surfaces with maximal real symmetry. *J. Algebra* 443 (2015), 494–516.
- Bujalance, Emilio; Cirre, Francisco-Javier; Conder, Marston Extensions of finite cyclic group actions on bordered surfaces. *Rev. Mat. Iberoam.* 31 (2015), no. 1, 349–372.
- Bujalance, E.; Cirre, F. J.; Conder, M. D. E. Extensions of finite cyclic group actions on non-orientable surfaces. *Trans. Amer. Math. Soc.* 365 (2013), no. 8, 4209–4227.
- Bujalance, E.; Cirre, F. J.; Conder, M. D. E. Finite group actions of large order on compact bordered surfaces. *Computational algebraic and analytic geometry*, 25–56, Contemp. Math., 572, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2012.
- Bujalance, E.; Cirre, F. J.; Etayo, J. J.; Gromadzki, G.; Martínez, E. Automorphism groups of compact non-orientable Riemann surfaces. *Groups St Andrews 2013*, 183–193, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 422, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2015.
- Bujalance, Emilio; Cirre, Francisco-Javier; Turbek, Peter Lifting the hyperelliptic involution of a Klein surface. *Rev. Mat. Complut.* 31 (2018), no. 3, 611–626.
- Bujalance, Emilio; Cirre, Francisco-Javier; Turbek, Peter Lifting a symmetry of a Riemann surface. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 112 (2018), no. 3, 767–779.
- Bujalance, Emilio; Cirre, Francisco-Javier; Turbek, Peter Symmetry types of cyclic covers of the sphere. *Israel J. Math.* 191 (2012), no. 1, 61–83.
- Bujalance, Emilio; Conder, Marston D. E.; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On regular dessins d'enfants with $4g$ automorphisms and a curve of Wiman. *Algebraic curves and their applications*, 225–233, Contemp. Math., 724, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2019.
- Bujalance, Emilio; Costa, Antonio F. Automorphism groups of cyclic p -gonal pseudo-real Riemann surfaces. *J. Algebra* 440 (2015), 531–544.
- Bujalance, Emilio; Costa, Antonio F. Automorphism groups of pseudo-real Riemann surfaces of low genus. *Acta Math. Sin. (Engl. Ser.)* 30 (2014), no. 1, 11–22.

- Bujalance, Emilio; Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On Riemann surfaces of genus g with $4g$ automorphisms. *Topology Appl.* 218 (2017), 1–18.
- Bujalance, E.; Etayo, J. J.; Gamboa, J. M.; Gromadzki, G. The gonality of Riemann surfaces under projections by normal coverings. *J. Pure Appl. Algebra* 215 (2011), no. 5, 983–988.
- Bujalance, E.; Etayo, J. J.; Martínez, E. Groups of automorphisms of bordered orientable Klein surfaces of topological genus 2. [Paging previously given as 809–824]. *Osaka J. Math.* 54 (2017), no. 4, 807–822.
- Bujalance, Emilio; Etayo, José Javier; Martínez, Ernesto Abelian groups of automorphisms of orientable bordered Klein surfaces of topological genus 2. *A mathematical tribute to Professor José María Montesinos Amilibia*, 181–198, *Dep. Geom. Topol. Fac. Cien. Mat. UCM, Madrid*, 2016.
- Bujalance, E.; Etayo, J. J.; Martínez, E. The full group of automorphisms of non-orientable unbordered Klein surfaces of topological genus 3, 4 and 5. *Rev. Mat. Complut.* 27 (2014), no. 1, 305–326.
- Bujalance, E.; Etayo, J. J.; Martínez, E.; Szepietowski, B. On the connectedness of the branch loci of non-orientable unbordered Klein surfaces of low genus. *Glasg. Math. J.* 57 (2015), no. 1, 211–230.
- Bujalance, Emilio; Gromadzki, Grzegorz Double coverings of non-orientable Riemann surfaces ramified over discrete sets. *Comput. Methods Funct. Theory* 14 (2014), no. 2-3, 237–246.
- Bujalance, E.; Gromadzki, G. On automorphisms of Klein surfaces with invariant subsets. *Osaka J. Math.* 50 (2013), no. 1, 251–269.
- Bujalance, E.; Gromadzki, G. On fixed points of periodic self-homeomorphisms of compact topological surfaces. *Topology Proc.* 41 (2013), 361–376.
- Cirre, Francisco-Javier; Turbek, Peter The number of real ovals of a cyclic cover of the sphere. *Proc. Amer. Math. Soc.* 145 (2017), no. 6, 2639–2647.
- Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. Real dihedral p -gonal Riemann surfaces. *Mosc. Math. J.* 13 (2013), no. 4, 631–647, 737.
- Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. Finding Riemann surfaces with several p -gonal morphisms. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM* 109 (2015), no. 2, 395–405.
- Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. Computing the signatures of subgroups of non-Euclidean crystallographic groups. *J. Algebra* 477 (2017), 483–493.
- Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. On the algebraic classification of subgroups of hyperbolic planar crystallographic groups. *Algebraic curves and their applications*, 213–223, *Contemp. Math.*, 724, *Amer. Math. Soc., Providence, RI*, 2019.
- Costa, Antonio F. A note on regular branched foldings. *A mathematical tribute to Professor José María Montesinos Amilibia*, 259–264, *Dep. Geom. Topol. Fac. Cien. Mat. UCM*,

Madrid, 2016.

- Costa, Antonio F.; Cristofori, Paola; Porto, Ana M. The double of the doubles of Klein surfaces. *Rev. Mat. Iberoam.* 33 (2017), no. 1, 183–194.
- Costa, Antonio F.; González-Aguilera, Víctor Limits of equisymmetric 1-complex dimensional families of Riemann surfaces. *Math. Scand.* 121 (2017), no. 1, 26–48.
- Costa, Antonio F.; Gusein-Zade, Sabir M.; Natanzon, Sergey M. Klein foams. *Indiana Univ. Math. J.* 60 (2011), no. 3, 985–995.
- Costa, Antonio F.; Hall, Wendy; Singerman, David Doubles of Klein surfaces. *Glasg. Math. J.* 54 (2012), no. 3, 507–515.
- Costa, Antonio F.; Hidalgo, Ruben A. Automorphisms of non-cyclic p -gonal Riemann surfaces. *Mosc. Math. J.* 16 (2016), no. 4, 659–674.
- Costa, Antonio F.; Hidalgo, Rubén A. On the connectedness of the set of Riemann surfaces with real moduli. *Arch. Math. (Basel)* 110 (2018), no. 3, 305–310.
- Costa, Antonio F.; Hongler, Cam Van Quach Prime order automorphisms of Klein surfaces representable by rotations on the Euclidean space. *J. Knot Theory Ramifications* 21 (2012), no. 4, 1250040, 9 pp.
- Costa, Antonio F.; Van Quach Hongler, Cam Murasugi decomposition and periodic alternating links. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 112 (2018), no. 3, 793–802.
- Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros On the existence of connected components of dimension one in the branch locus of moduli spaces of Riemann surfaces. *Math. Scand.* 111 (2012), no. 1, 53–64.
- Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros One-dimensional families of Riemann surfaces of genus g with $4g+4$ automorphisms. [One-dimensional families of Riemann surfaces of genus g with $4g+4$ automorphisms] *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 112 (2018), no. 3, 623–631.
- Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros; Parlier, Hugo Connecting p -gonal loci in the compactification of moduli space. *Rev. Mat. Complut.* 28 (2015), no. 2, 469–486.
- Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros; Porto, Ana M. On the connectedness of the branch loci of moduli spaces of orientable Klein surfaces. *Geom. Dedicata* 177 (2015), 149–164.
- Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros; Porto, Ana M. Maximal and non-maximal NEC and Fuchsian groups uniformizing Klein and Riemann surfaces. *Riemann and Klein surfaces, automorphisms, symmetries and moduli spaces*, 107–118, *Contemp. Math.*, 629, *Amer. Math. Soc., Providence, RI*, 2014.
- Costa, Antonio F.; Izquierdo, Milagros; Porto, Ana Maria On the connectedness of the branch locus of moduli space of hyperelliptic Klein surfaces with one boundary. *Internat. J. Math.* 28 (2017), no. 5, 1750038, 15 pp.

- Costa, Antonio F.; Makover, Eran Constructing random Klein surfaces without boundary. *Recent studies on risk analysis and statistical modeling*, 277–283, Contrib. Stat., Springer, Cham, 2018.
- Costa, Antonio F.; Natanzon, Sergey; Shapiro, Boris Topological classification of generic real meromorphic functions from compact surfaces. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.* 43 (2018), no. 1, 349–363.
- Costa, Antonio Félix; Porto, Ana Maria Visualizing automorphisms of Riemann surfaces. *Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena Reggio Emilia* 58 (2011), 121–127 (2012).
- Costa, Antonio F.; Porto, Ana M. Topologically singular points in the moduli space of Riemann surfaces. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 112 (2018), no. 3, 685–692.
- Costa, Antonio F.; Porto, Ana M. Note on topologically singular points in the moduli space of Riemann surfaces of genus 2. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 113 (2019), no. 4, 3375–3382.
- Estrada, B.; Martínez, E. Geometrical study of prime order automorphisms on Klein surfaces. *Rev. Mat. Complut.* 25 (2012), no. 1, 221–245.
- Etayo, José Javier; Gromadzki, Grzegorz; Martínez, Ernesto On real forms of Belyi surfaces with symmetric groups of automorphisms. *Mediterr. J. Math.* 9 (2012), no. 4, 669–675.
- Etayo, J. J.; Martínez, E. On the minimum genus problem on bordered Klein surfaces for automorphisms of even order. *Riemann and Klein surfaces, automorphisms, symmetries and moduli spaces*, 119–135, Contemp. Math., 629, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2014.
- Etayo, J. J.; Martínez, E. The real genus of the groups of order 48. *Collect. Math.* 65 (2014), no. 1, 29–46.
- Etayo, J. J.; Martínez, E. The symmetric crosscap number of the groups of small-order. *J. Algebra Appl.* 12 (2013), no. 2, 1250164, 16 pp.
- Etayo Gordejuela, J. J.; Martínez, E. The symmetric crosscap number of the families of groups $DC3xC3$ and $A4xCn$. *Houston J. Math.* 38 (2012), no. 2, 345–358.
- Etayo Gordejuela, J. J.; Martínez, E. The action of the groups $DmxDn$ on unbordered Klein surfaces. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM* 105 (2011), no. 1, 97–108.
- Sierra, José Carlos The smooth surfaces in $\mathbb{P}^4$ with few apparent triple points. *Commun. Contemp. Math.* 18 (2016), no. 1, 1550013, 15 pp.
- Sierra, José Carlos; Ugaglia, Luca On globally generated vector bundles on projective spaces II. *J. Pure Appl. Algebra* 218 (2014), no. 1, 174–180.
- Sierra, José Carlos Surfaces in $\mathbb{P}^4$ whose 4-secant lines do not sweep out a hypersurface. *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 351 (2013), no. 15-16, 623–625.

- Sierra, José Carlos Surfaces containing a family of plane curves not forming a fibration. *Collect. Math.* 64 (2013), no. 1, 85–95.
- Sierra, José Carlos A remark on Zak's theorem on tangencies. *Math. Res. Lett.* 18 (2011), no. 4, 783–789.

Tesis dirigidas en los últimos años:

- Carmen Cano Sarabia:** *Sobre el género real de grupos finitos.* (2011).
- Ismael Cortázar Mújica.** *Superficies de Riemann con morfismos p-gonales irregulares* (2015). Publicaciones a que ha dado lugar:
 - Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. Real dihedral p-gonal Riemann surfaces. *Mosc. Math. J.* 13 (2013), no. 4, 631–647, 737.
 - Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. Finding Riemann surfaces with several p-gonal morphisms. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM* 109 (2015), no. 2, 395–405.
 - Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. Computing the signatures of subgroups of non-Euclidean crystallographic groups. *J. Algebra* 477 (2017), 483–493.
 - Cortázar, Ismael; Costa, Antonio F. On the algebraic classification of subgroups of hyperbolic planar crystallographic groups. *Algebraic curves and their applications*, 213–223, *Contemp. Math.*, 724, *Amer. Math. Soc.*, Providence, RI, 2019.
- Jesús Rodríguez Martín de los Santos:** *On the existence of abelian groups of automorphisms of Klein surfaces.* (2017). Publicaciones a que ha dado lugar:
 - de los Santos, Jesús Rodríguez Martín. Abelian actions on compact bordered Klein surfaces. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Mat. RACSAM* 111 (2017), no. 1, 189–204.
 - Rodríguez, Jesús Some results on abelian groups of automorphisms of compact Riemann surfaces. *Riemann and Klein surfaces, automorphisms, symmetries and moduli spaces*, 283–297, *Contemp. Math.*, 629, *Amer. Math. Soc.*, Providence, RI, 2014.

INVESTIGADORES

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

ANTONIO FELIX COSTA GONZALEZ
acosta@mat.uned.es
91398-7224
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

EMILIO BUJALANCE GARCIA
eb@mat.uned.es
91398-7222
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	FRANCISCO JAVIER CIRRE TORRES
Correo Electrónico	jcirre@mat.uned.es
Teléfono	91398-7235
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	ERNESTO MARTINEZ GARCIA
Correo Electrónico	emartinez@mat.uned.es
Teléfono	91398-7232
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	ANA MARIA PORTO FERREIRA DA SILVA
Correo Electrónico	asilva@mat.uned.es
Teléfono	
Facultad	
Departamento	

Nombre y Apellidos	CARLOS SHAHIN SHAHBAZI ALONSO
Correo Electrónico	cshahbazi@mat.uned.es
Teléfono	91398-8110
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.