

24-25

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

CÓDIGO 2801003-

UNED

**24-25**

**INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS  
ELEMENTOS FINITOS  
CÓDIGO 2801003-**

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA  
ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA  
IGUALDAD DE GÉNERO

|                           |   |
|---------------------------|---|
| Nombre de la asignatura   | INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS                   |
| Código                    | 2801003-  |
| Curso académico           | 2024/2025   |
| Título en que se imparte  | MÁSTER UNIVERSITARIO EN INVESTIGACIÓN EN TECNOLOGÍAS INDUSTRIALES |
| Tipo                      | CONTENIDOS  |
| Nº ETCS                   | 5   |
| Horas                     | 125   |
| Periodo                   | SEMESTRE 2  |
| Idiomas en que se imparte | CASTELLANO  |

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La dificultad para encontrar soluciones cerradas a las ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento de los medios continuos y la aparición del ordenador, provocaron un espectacular desarrollo de los métodos de búsqueda de soluciones aproximadas, entre los que hay que destacar el Método de los Elementos Finitos (MEF).

Partiendo de un planteamiento general, aunque sin profundizar en el cuerpo matemático que sobre el tema se ha establecido con el tiempo, en esta asignatura se pretende abordar el M.E.F., tratándose exhaustivamente el elemento barra, lo que además sirve para introducir con suficiente detalle las principales ideas y pormenores del método.

Tras comprender el método y los detalles de su formulación general, aunque mediante su aplicación a un tipo estructural concreto, se presenta el MEF de forma general, como un procedimiento para obtener soluciones aproximadas de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Como ejemplo, se particulariza el planteamiento a problemas de campos y de elasticidad lineal. Además se aborda la aplicación del MEF al caso de placas, por su interés concreto como elemento estructural, y con objeto de poner de manifiesto, por ejemplo, la dificultad que en placas delgadas supone satisfacer la exigencia de la continuidad entre elementos o el bloqueo de la solución en el caso de placas gruesas.

En esta asignatura se estudia la metodología de cálculo estructural más actual, generalizada y utilizada en muchas ramas de la ingeniería. Se aborda la aplicación del método en elasticidad y diversas tipologías estructurales, algunas como las placas que no suelen estudiarse en un curso básico de Análisis de Estructuras, pero también se realiza un planteamiento general del método con aplicaciones a problemas de potencial.

Para su adecuado seguimiento es necesario poseer un sólido conocimiento de las materias básicas de un grado en ingeniería, y fundamentalmente de Teoría de Estructuras, ya que se hace un planteamiento inicial aplicado al cálculo estructural. El contenido permite conocer los fundamentos de los programas que actualmente se utilizan para el análisis estructural en todas las empresas de un amplio abanico de sectores, como el aeronáutico, del automóvil, mecánico en general o de construcción. Pero incluso, al tratarse también los aspectos más matemáticos del método, no habrá muchas dificultades para asimilar fácilmente su aplicación a problemas de otras disciplinas como electricidad, termodinámica, fluidos, etc, cuya industria asociada también utiliza ampliamente este tipo de metodología.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para afrontar el estudio de la asignatura es necesario partir de unos conocimientos adquiridos con anterioridad en otras disciplinas y que se concretan en diferentes asignaturas de Física, Mecánica, Matemáticas, Elasticidad y Resistencia de Materiales y fundamentalmente Análisis de Estructuras, materia que es imprescindible haber cursado para iniciar el estudio de la asignatura.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

EDUARDO SALETE CASINO (Coordinador/a de asignatura)  
esalete@ind.uned.es

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

JUAN J BENITO MUÑOZ  
jbenito@ind.uned.es

Nombre y Apellidos  
Correo Electrónico  
Teléfono  
Facultad  
Departamento

ANGEL MUELAS RODRIGUEZ  
amuelas@ind.uned.es

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Horario de atención al estudiante:

Lunes de 16:30h a 20:30h. Juan del Rosal,14, 28040, Madrid, Despacho 3 (Edificio de CC de la Educación).

Tel.: 91 398 9474

Email: esalete@ind.uned.es

Aula virtual.

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS

CP1 Desarrollar habilidades sistémicas (metodológicas): aplicación de conocimientos, habilidades en investigación, y creatividad.

CP3 Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.

CP4 Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

### CONOCIMIENTOS O CONTENIDOS

C1 Adquirir el conocimiento de los métodos y técnicas de investigación.

C3 Elaborar y tratar modelos matemáticos que representen el comportamiento de los sistemas industriales.

C4 Adquirir destrezas en la aplicación de técnicas de simulación computacional.

C5 Tomar conciencia de la importancia de la adquisición del conocimiento científico a la luz de la teoría de la ciencia actual, así como de la diversidad metodológica.

C6 Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación.

### HABILIDADES O DESTREZAS

H1 Desarrollar capacidad de análisis y síntesis de la información científico-técnica.

H2 Adquirir destrezas en la búsqueda y gestión bibliográfica y documental.

H3 Desarrollar capacidad de razonamiento crítico.

H4 Desarrollar habilidades técnicas, de análisis y síntesis: resolución de problemas, toma de decisiones y comunicación de avances científicos.

H5 Planificar las actividades de investigación.

H6 Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio.

H7 Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS

CP1 Desarrollar habilidades sistémicas (metodológicas): aplicación de conocimientos, habilidades en investigación, y creatividad.

CP3 Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios.

CP4 Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

## CONTENIDOS

### PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

- 1.1 Introducción.
- 1.2 Planteamiento del problema.
- 1.3 El Método Directo de Rigidez.
- 1.4 Formulación matricial.
- 2. Fundamentos: Formulaciones diferencial e integral. Aproximación. Elemento.**
- 2.1 Introducción.
- 2.2 La ecuación de campo.
- 2.3 Formulación directa.
- 2.4 El Principio de los Trabajos Virtuales.
- 2.5 Formulación energética.
- 2.6 Equivalencia de las formulaciones.
- 2.7 Aproximación.
- 2.8 EL Método de Galerkin.
- 2.9 Funciones de pequeño soporte.
- 2.10 Idea de elemento. Funciones de forma.
- 2.11 Matriz de rigidez y vector de cargas global. Cálculo de desplazamientos.
- 2.12 Viga de Timoshenko.
- 3. Sistematización. Método Directo de Rigidez.**
- 3.1 Introducción.
- 3.2 Sistemas de coordenadas.
- 3.3 Transformación de coordenadas. Rotación de ejes.
- 3.4 Ensamblaje de ecuaciones.
- 3.5 Imposición de las condiciones de contorno.
- 3.6 Cálculo de desplazamientos.
- 3.7 Cálculo de esfuerzos y reacciones.
- 4. Planteamiento general del MEF.**
- 4.1 Introducción.
- 4.2 Planteamiento diferencial de un problema de valor en el contorno.
- 4.3 Planteamiento integral de un problema de valor en el contorno.
- 4.4 Idea de aproximación.
- 4.5 El Método de los Elementos Finitos.
- 4.6 Síntesis de las características globales. Aplicación de las condiciones de contorno esenciales.
- 4.7 Aplicación del MEF a problemas de elasticidad.

4.8 Problemas de campos en régimen permanente.

4.9 Convergencia.

### **5. Funciones de forma de Continuidad $C_0$ . Elementos isoparamétricos.**

5.1 Introducción.

5.2 Coordenadas naturales.

5.3 Familias de funciones de forma de continuidad  $C_0$ .

5.4 Transformaciones.

5.5 Elementos isoparamétricos. Integración numérica.

### **6. Placas delgadas según la teoría de Kirchhoff.**

6.1 Introducción. Hipótesis de partida.

6.2 Planteamiento diferencial. Ecuación de campo. Definición de esfuerzos.

6.3 Planteamiento integral. Principio de los Trabajos Virtuales.

6.4 Discretización en elementos finitos.

6.5 Exigencia de continuidad  $C_1$ .

6.6 Elementos placa no conformes.

6.7 Elementos placa conformes.

### **7. Placas Gruesas. Teoría de Reissner-Mindlin.**

7.1 Introducción.

7.2 Planteamiento diferencial. Definición de esfuerzos.

7.3 Planteamiento integral.

7.4 Discretización por elementos finitos.

7.5 Bloqueo de la solución.

7.6 Elementos triangulares.

## **PRUEBAS DE AUTOEVALUACIÓN**

Las PAs además de su interés para ayudar a la asimilación de los contenidos teóricos, como los ejemplos a los que nos hemos referido en el punto anterior, tienen la función de que el estudiante pueda autoevaluar su progreso en la adquisición de conocimientos. Este ejercicio le permitirá conocer sus problemas para la comprensión de los conceptos y le ayudará a concretar cuestiones a plantear al Profesor Tutor y/o al Equipo Docente, pudiendo solicitar la ampliación de la documentación con objeto de facilitar la comprensión de algún asunto concreto.

Como ya se ha indicado, sugerimos que estas PAs se realicen tras el estudio de la parte teórica a la que se refieren o al menos en la semana en la que aparecen ubicadas en el Plan de Trabajo. Para facilitar esta tarea, a continuación se enuncia cada uno de los problemas con una breve indicación, suficiente para que el estudiante los pueda ubicar dentro del cronograma.

| Bloque 1º  |
|--|
| PA 1.- Estructura de nudos articulados. Barra de sección variable. Caso con un incremento de temperatura.<br>PA 2.- Estructura de nudos articulados. Simetría. Caso con un incremento de temperatura.<br>PA 3.- Estructura de nudos articulados. Apoyos elásticos.<br>PA 4.- Estructura de nudos rígidos. Obtención de las matrices de rigidez.<br>PA 5.- Estructura de nudos rígidos. Empotramiento elástico. Descenso de un apoyo.<br>PA 6.- Emparrillado. |
| Bloque 2º  |
| PA 7.- Tensión plana. Elemento triangular. Planteamiento de la ecuación matricial.<br>PA 8.- Tensión plana. Elemento triangular. Obtención de tensiones.<br>PA 9.- Tensión plana. Elemento triangular. Obtención del vector de cargas.<br>PA 10.- Elemento isoparamétrico triangular. Formulación.<br>PA 11.- Elemento isoparamétrico triangular. Vector de cargas.<br>PA 12.- Formulación de un problema de torsión   |

Los problemas y ejercicios propuestos como PAs son de características similares a los que se pondrán en las Pruebas Personales. El tiempo estimado para la realización de cada PAs es variable y siempre se irá reduciendo a medida que el estudiante vaya adquiriendo soltura con el avance en el estudio de la asignatura y como referencia, éste variará entre una y dos horas.

### ACTIVIDADES OPTATIVAS NO EVALUABLES

Se dispone en el Aula Virtual de un programa de elementos finitos de propósito educativo realizado como Proyecto Fin de Carrera por D Daniel Herrero Adán y dirigido por D Juan José Benito. La Actividad optativa consistirá en la realización de ejercicios como usuario del Programa, que se irán añadiendo como ejemplos en el Aula Virtual y/o la incorporación de mejoras, ampliación de capacidades, etc, a dicho código. Por lo tanto el Programa se podrá usar:

**1.- Como usuario.** Se accede directamente al ejecutable en la carpeta "CÓDIGO ELFINO2 Ejecutable". Se ejecuta el "SETUP".

**2.- Como programador.** Se accede directamente al simbólico en la carpeta "CÓDIGO ELFINO2 Simbólico", y:

2.1.- Se descarga el documento.

2.2.- Se descarga el compilador de Visual Basic del enlace en internet de Visual Basic o Visual Studio versión Express (gratuito) de Microsoft.

2.3.- Una vez se tiene a disposición la carpeta del simbólico y el compilador, se ejecuta el documento "ELFINO\_2.0\_P5.sln" de dicha carpeta para acceder al código.

La documentación correspondiente se encuentra en el Aula Virtual, se podrá consultar, pero no se iniciará ninguna actividad sin haber hablado con el equipo docente de la asignatura.

**La realización de esta Actividad optativa no tendrá ninguna influencia en la calificación final.**

## METODOLOGÍA

La metodología a seguir se basa en el trabajo desarrollado por el alumno, no sólo con el aprendizaje de la parte teórica de cada capítulo, sino con la puesta en práctica de dicho conocimiento resolviendo los problemas y ejercicios asociados.

Es por ello que deberá llevarse en paralelo el avance en el aprendizaje de los contenidos teóricos y su puesta en práctica, mediante la resolución de ejercicios diseñados a tal efecto.

Una vez estudiado cada tema, se deben analizar los ejemplos resueltos así como realizar las Pruebas de Autoevaluación y las Pruebas de Evaluación a Distancia propuestas, si estas últimas se entregan en las fechas señaladas servirán como parte de la evaluación, y en cualquier caso, todos los alumnos podrán ver a posteriori las soluciones, que se proporcionarán en el aula virtual en fechas señaladas.

Esto supondrá: Trabajo con los materiales didácticos e interacción con el equipo docente 50%, trabajo autónomo 30%, evaluación 20%.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen Examen de desarrollo

Preguntas desarrollo

Duración del examen 120 (minutos)

Material permitido en el examen

Durante el examen, únicamente se podrá utilizar CALCULADORA DE CUALQUIER TIPO (solamente para realizar cálculos matemáticos como por ejemplo operaciones con matrices, estando totalmente prohibido el uso de programas de cálculo de estructuras) y material de dibujo.

Criterios de evaluación

Se indicará en el propio examen la valoración de cada problema o cuestión y será necesario para aprobar, alcanzar en cada uno de ellos un mínimo del 30 % de la puntuación asignada.

% del examen sobre la nota final 30

Nota del examen para aprobar sin PEC 5

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC 3

Nota mínima en el examen para sumar la PEC 4

Comentarios y observaciones

No se tendrá un espacio tasado para la realización esta prueba, aunque se valorará de forma positiva la capacidad de síntesis.

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad Si

#### Descripción

Las preguntas de la Prueba Presencial se centrarán fundamentalmente en los conceptos básicos relativos a los métodos estudiados.

**El trabajo se fijará pensando fundamentalmente en el interés del alumno, por lo que será necesario que éste se ponga en contacto con el equipo docente. El estudiante debería estudiar (al menos en parte o de forma general) la documentación incluida en el Aula Virtual previamente, con objeto de que tenga claras sus preferencias, lo que está previsto en la octava semana. La idea inicial sobre la selección del trabajo, es que éste debería estar vinculado a los planes futuros del estudiante.**

**En cuanto al plazo de entrega, lo deseable es que el trabajo se envíe lo antes posible, pero en cualquier caso, la fecha límite será la correspondiente a una semana después de la fecha del examen.**

#### Criterios de evaluación

Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final La entrega de las actividades propuestas, en su caso, y el trabajo supondrá un 70% de la nota final y el 30% restante de la evaluación corresponderá a la prueba presencial obligatoria.

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? No

#### Descripción

#### Criterios de evaluación

Ponderación de la PEC en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

#### Descripción

#### Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La entrega de las actividades propuestas, en su caso, y el trabajo supondrá un 70% de la nota final y el 30% restante de la evaluación corresponderá a la prueba presencial obligatoria.

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13): 9788436277883

Título: INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (E-BOOK) 2022 edición

Autor/es: Juan José Benito Muñoz; Ramón Álvarez Cabal; Jesús Flores Escribano; Eduardo Salete

Casino; Francisco Ureña Prieto

Editorial: Editorial UNED

ISBN(13): 9788436279290

Título: INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Autor/es: Juan José Benito Muñoz; Ramón Álvarez Cabal; Francisco Ureña Prieto; Jesús Flores

Escribano; Eduardo Salete Casino

Editorial: Editorial UNED

Está publicada una versión en inglés del texto con ISBN: 978-84-3626888-1

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ALARCÓN, E., ALVAREZ, R. y GÓMEZ LERA, M.a S. *Cálculo Matricial de Estructuras*, Reverte, 1986.

BATHE, K. J., *Finite element procedures*, Prentice Hall, 1996.

BECKER E.B., CAREY G.F., ODEN J.T., *Finite elements. An introduction* (vol. I). Prentice-Hall, 1981.

DOBLARÉ, M. GRACIA, L. *Análisis lineal de estructuras. El método de los elementos finitos* (Vol, I). Dpto.Ingeniería Mecánica. Universidad de Zaragoza. 1997.

HINTON, E. y OWEN, D. R.: *An introduction to finite element computations*. Pineridge Press, 1979.

HUGHES, T. V. R.: *Finite element method*. Prentice Hall, 1987.

OÑATE, E., *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos Análisis Estático Lineal. Vols. 1 y 2*, C.I.M.N.E., 2019.

PILKEY, W. D., WUNDERLICH, W., *Mechanics of Structures variational and computational methods*, CRC Press Inc., 1994. REDDY, J. N. *Applied functional analysis and variational methods in engineering*. McGraw-Hill, 1986.

TIMOSHENKO, S. P., WOINOWSKY,-KRIEGER, S.: *Teoría de placas y láminas*, Urmo, 1976

ZIENKIEWICZ, O. C. y TAYLOR, R. C.: *El método de los elementos finitos*. (vols. 1 y 2) (5.a edición), 2004.

Nota. Esta bibliografía debe entenderse como de consulta y únicamente en algún caso como alternativa. El alumno deberá ponerse en contacto con el equipo docente de la asignatura antes de su utilización.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Como complemento al apoyo, se dispone de una plataforma virtual en la que se publicará documentación complementaria de apoyo como la siguiente:

- Pruebas de autoevaluación: Ejercicios y problemas resueltos.
- Pruebas de evaluación a distancia.
- Novedades en bibliografía complementaria.
- Programas de Cálculo por elementos finitos ELFIN, E.T.S.I.I., UNED.

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.