24-25

GRADO EN MATEMÁTICAS
CUARTO CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

AMPLIACIÓN DE VARIABLE COMPLEJA

CÓDIGO 61024032

24-25

AMPLIACIÓN DE VARIABLE COMPLEJA

CÓDIGO 61024032

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	AMPLIACIÓN DE VARIABLE COMPLEJA
Código	61024032
Curso académico	2024/2025
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN MATEMÁTICAS
Curso	CUARTO CURSO
Periodo	SEMESTRE 1
Tipo	OPTATIVAS
Nº ETCS	5
Horas	125.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

Esta asignatura corresponde a un segundo curso en el estudio de las funciones de variable compleja y tiene como objetivo ampliar los conocimientos adquiridos en el curso del primer ciclo con título "Variable Compleja". Otro objetivo es preparar y estimular a un posible estudiante de posgrado en esta rama del Análisi Matemático.
Este curso sobre la teoría de funciones de variabel compleja es la continuación del curso impartido en el primer ciclo con título "Variable Compleja", donde se desarrollan los elementos básicos de la teoría de las funciones analíticas de una variable compleja.
Esta asignatura está pensada para dotar al alumno de unos conocimientos en la materia que pueda emprender cómodamente estudios posgraduados y posiblemente a continuación tarea de investigación.
Dentro del amplio campo de la teoría de funciones de variable compleja se han elegido una serie de tópicos diversos con el objetivo que el alumno encuentre su tema principal de interés, además de proporconarle algunas herramientas útiles de manera general en el área.
Las competencias generales que se pretenden cubrir con esta asignatura son:
1. Proporcionar conocimientos generales avanzados en este área clásica del Análisis Matemático que a su vez es un área activa en la investigación actual.
2. Proporcionar autonomía en la tarea de acceder y manejar la literatura científica.
3. Proporcionar al alumno madurez en el estudio e inducir en él la actitud adecuada para una posible futura actividad en investigación.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Para cursar esta asignatura se requiere un conocimiento sólido de la materia cursada sobre Variable Compleja en el primer ciclo. Por supuesto también otros conocimientos aquiridos en el primer ciclo como Algebra Lineal, Análisis Matemático I y Análisis Matemático II.
Se requiere también un conocimiento básico de inglés, pues a este nivel la mayoría de las referencias bibliográficas están en este idioma.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	ARTURO FERNANDEZ ARIAS (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	afernan@mat.uned.es
Teléfono	91398-7227
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La tutorización presencial y telefónica tendrá lugar los jueves de 16.00h a 20.00h en el despacho 125 de la Facultad de Ciencias. Teléfono 913987227 , e-mail afernan@mat.uned.es .

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias generales
CG4. Análisis y Síntesis
CG5. Aplicación de los conocimientos a la práctica
CG6. Razonamiento crítico
SCG8. eguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
CG10. Comunicación y expresión escrita
CG11. Comunicación y expresión oral
CG12. Comunicación y expresión en otras lenguas (con especial énfasis en el inglés)
CG13. Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica
Competencias específicas
CED1. Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores
CED2. Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos
CEP1. Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en el lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución
CEA4. Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos
CEA7. Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita
CEA8. Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas
CE1. Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos
CE2. Conocimiento de la lengua inglesa para lectura, escritura, presentación de documentos y comunicación con otros especialistas

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Los objetivos del aprindizaje los clasificamos en:

Respecto a los conocimientos

1. Profundizar en el conocimiento de las propiedades de las funciones analíticas
2. Conocer los resultados básicos de representación de las funciones analíticasy meromorfas
3. Probar el Teorema de Riemann de la Transformación Conforme
4. Adquirir un conocimiento básico de las funciones elípticas, en particular de la función P de Weierstrass
5. Iniciar en el conocimiento del fenómeno de la prolongación analítica y profundizar en el estudio de las superficies de Riemann. En concreto se presentará el Teorema de Monodromía y el concepto de superficie de Riemann como variedad analítica

Respecto a las destrezas y habilidades

1. Representar funciones enteras y meromorfas como series y productos y de esta forma estudiar sus propiedades locales en términos de funciones más sencillas
2. Hallar las transformaciones conformes de dominios sencillos en el plano sobre el círculo unidad o sobre el semiplano mediante transformaciones fraccionarias lineales o de Möbius
3. Generar y construir funciones elípticas partiendo de las funciones elípticas elementales, describiendo las propiedades de las nuevas funciones obtenidas
4. Construir superficies de Riemann de funciones elementales y relacionarlas con la definiciónabstracta de variedad analítica

CONTENIDOS

1. DESARROLLOS EN SERIE DE LAURENT

En este Capítulo se demuestra el Teorema del desarrollo en serie de Laurent en una corona. El desarrollo en serie de Laurent es una extensión del desarrollo en serie de Taylor para el caso de presencia de singularidades aisladas. Similarly al caso de las funciones analíticas, para su demostración se hace uso de la Fórmula integral de Cauchy, pero en este caso se necesita su extensión a una corona, resultado cuya demostración también se incluye en el Capítulo. Se explica la aplicación del desarrollo en serie de Laurent al estudio de las singularidades aisladas, incluyendo el caso particular de las singularidades en infinito.

2. COMPORTAMENTO LOCAL DE LAS FUNCIONES MEROMORFAS

En este Capítulo se describe el comportamiento local de las funciones meromorfas, como consecuencia del cual se obtienen resultados relevantes de las funciones de variable compleja como el Principio del Argumento y el Teorema de Rouché. En el caso de las funciones analíticas de este del comportamiento local se obtienen el Teorema de la Función Inversa y el Teorema de la Aplicación Abierta. El Principio del Argumento y el Teorema de Rouché son herramientas útiles para el estudio de las ecuaciones complejas.

3. TRANSFORMACIÓN CONFORME

En este capítulo se recuerda el concepto de transformación conforme y su relación con las funciones analíticas. Se estudian las transformaciones fraccionarias óde Möbius, se estudian sus propiedades y se describen algunas transformaciones de Möbius particulares, por ejemplo aquellas que dejan invariante el círculo unidad. Se enuncia y se demuestra el Teorema de lal transformación conforme de Riemann, uno de los teoremas centrales de la teoría de las funciones analíticas, que permite representar un dominio simplemente conexo sobre el círculo unidad. Se presentarán condiciones suficentes para la unicidad de dicha representación. En este tema se prestará atención a los ejemplos concretos y se estudiarán familias de curvas y sus imágenes y se comprobará la presentación de ángulos.

4. FUNCIONES ENTERAS Y MEROMORFA

Se presentan los teoremas de Weiestrass y Mittag-Leffler que proporcionan representaciones de las funciones enteras y meromorfas como productos y series infinitas respectivamente.
Se introducen los productos infinitos y los productos elementales de Weierstrass, también el concepto de parte principal de una función meromorfa en un polo. Estas son herramientas necesarias para la demostración y comprensión de los Teoremas presentados.

5. FUNCIONES ELIPTICAS

En este Capítulo se estudian las funciones elípticas que son las funciones doblemente periódicas en el plano complejo. Se describe el retículo de periodos y se comprueba que las únicas funciones elípticas enteras son las contantes. Se introduce el orden de una función elíptica y se prueban algunas propiedades básicas de las funciones elípticas. Finalmente se introduce la función P de Weierstrass y se estudian sus propiedades.

6. FUNCIONES ARMONICAS

En este Capítulo se estudian las funciones armónicas que son las soluciones de la Ecuación de Laplacede gran interés en Física, por ejemplo en la Teoría del Potencial y la Teoría del Calor. Como consecuencia de las Ecuaciones de Cauchy Riemann, las partes real e imaginaria de una función analítica de variable compleja son funciones armónicas de donde se deducen muchas aplicaciones de la Teoría de funciones de variable compleja a las ciencias aplicadas. Se plantea el Problema de Dirichlet y su solución en el círculo unidad por medio de la integral de Poisson. Se deduce la importante propiedad del valor medio. Finalmente se introduce el concepto de función subarmónica.

7. FAMILIAS NORMALES. EL ESPACIO H(A) DE LAS FUNCIONES ANALITICAS

En este Capítulo se introduce el concepto de familia normal de funciones analíticas en un dominio A del plano y se enuncia y se prueba el Teorema de Montel que relaciona este concepto con la acotación uniforme sobre compactos. Se introduce el espacio H(A) de las funciones analíticas y la topología de la convergencia uniforme sobre compactos donde los conceptos y resultados relacionados con las cuestiones mencionadas anteriormente encuentran un marco adecuado. Finalmente se introducen algunos ejemplos de espacios de Banach de funciones analíticas en el círculo unidad.

8. PROLONGACIÓN ANALITICA Y SUPERFICIES DE RIEMANN

En este Capítulo se estudia el fenómeno de la prolongación analítica. Se describen algunos casos particulares como el Principio de Reflexión de Schwarz yla prolongación analítica directa de series de potencias, finalmente se define le concepto general de prolongación analítica a lo largo de caminos y se prueba el Teorema de Monodromía. A continuación se recuerda el concepto de Superficies de Riemann de una función elemental en sentido intuitivo como en el primer cursode variable compleja y se recuerdan varios ejemplos. Finalmente se presenta el concepto abstracto de Superficie de Riemann como variedad analítica y se relacionan ambos conceptos.

METODOLOGÍA

La metodología del aprendizaje se basa fundamentalmente en el estudio del texto base por parte del alumno. El estudio de la parte teórica del texto base debe acompañarse de la realización y comprensión de los ejercicios prácticos. Es recomendable la consulta de otros textos recomendados en la bibliografía que presenten la misma materia desde otro punto de vista. En esto se hace especial énfasis en la parte práctica, hasta el punto de llegar a ser estrictamente necesario, es decir, es preciso la realización de problemas y ejercicios más allá de los propuestos en el texto. Para realizar con eficacia este aprendizaje es recomendable el contacto con el equipo docente para resolver dudas y mejorar y mejorar la compresnsión de la materia. Este contacto se realizará a través de los medios de la enseñanza a distancia, foros del curso virtual, correo electrónico o por teléfono.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	4
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

No se permite ningún material en el examen

Criterios de evaluación

La prueba presencial consistirá en cuatro preguntas, dos de ellas serán de carácter teórico y dos de carácter práctico. Cada pregunta contará hasta 2,5 puntos

% del examen sobre la nota final	80
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4
Comentarios y observaciones	

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?

Descripción

Las preguntas de la Prueba de Evaluación Continua (PEC) podrán ser de desarrollo ótipo Test. El número podrá variar.

Criterios de evaluación

En principio todas las preguntas contarán lo mismo pero ocasionalmente el Equipo Docente podría priorizar unas sobre otras atendiendo a la dificultad.

Ponderación de la PEC en la nota final	20%
Fecha aproximada de entrega	--/12/--
Comentarios y observaciones	

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

80% del Examen +20% de la PEC

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

El texto Base es el libro con título "Ampliación de Variable Compleja" de Arturo Fernández Arias en la Editorial Sanz y Torres, Año 2024.

Bibliografía Complementaria

Bibliografía básica

1. L.V. Ahlfors. Complex Analysis. McGraw-Hill Co. 1966.
2. J.B.Conway. Functions of one complex variable. Springer Verlag. Graduate Texts. 1973.
3. I.B.Chabat. Introduction àl`analyse complexe. Tome I. Editions Mir. Moscou. 1990.
4. D.C.Ullrich. Complex made simple. Graduate Studies in Mathematicas, Volume 97. American Mathematical
Society. 2008.

Bibliografía de carácter más avanzado

1. E.Hille. Analytic Function Theory Vol.I,II. Chelsea Publishing Company. 1987.
2. A.Markushevich. Teoría de las funciones analíticas. Vol.I,II. Editoria Mir. 1978.
3. A.Zygmund et S.Saks. Fonctions Analytiques. Masson et Cie. 1970

Libos de Problemas

1. K.Knopp. Problems in Advanced Theory of Functions. Vol.I,II. Dover Publications Inc. 1952.
2. L.I.Volkovyskii, G.Lunts and I.G.Aramanovich. Problems on Complex Analysis. Dover Publications Inc. 1965.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

1. L.V.Ahlfors and L.Sario. Riemann Surfaces. Princeton University Press. 1960.
2. W.K. Hayman. Meromorphic Functions. Oxford Clarendon Press. 1974.
3. R.Nevanlinna. Analytic Functions . Springer Verlag. 1970.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Foros y medios de comunicación virtuales.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.