

25-26

GRADO EN MATEMÁTICAS  
TERCER CURSO

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

CÓDIGO 61023021

UNED

**25-26**

**INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES  
DIFERENCIALES  
CÓDIGO 61023021**

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA  
IGUALDAD DE GÉNERO

NOMBRE DE LA ASIGNATURA	INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
CÓDIGO	61023021
CURSO ACADÉMICO	2025/2026
DEPARTAMENTO	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	GRADO EN MATEMÁTICAS
CURSO	TERCER CURSO
PERIODO	SEMESTRE 1
Nº ETCS	6
HORAS	150.0
IDIOMAS EN QUE SE IMPARTE	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo general de la asignatura es presentar las nociones básicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias, junto con su conexión y aplicaciones a otras ramas de las Matemáticas y de otras Ciencias.

Créditos ECTS: 6. Asignatura semestral. Primer semestre del tercer curso.

Las ecuaciones diferenciales forman, por una parte, una de las grandes subramas del Análisis matemático; con importantes contactos con otras ramas de las Matemáticas, como la Geometría diferencial, la Teoría de variable compleja, la Optimización y el Cálculo de variaciones. Por otro lado, las ecuaciones diferenciales son una herramienta omnipresente en Física e Ingeniería desde que Galileo y Newton fundaron la Física moderna. En la actualidad también tienen aplicaciones relevantes en Química, Biología y Ciencias sociales. Las ecuaciones *lineales* son importantes (en Matemáticas, Física e Ingeniería), debido a que, o bien corresponden con la naturaleza de los problemas, o bien constituyen una primera aproximación a modelos no lineales. En los últimos 100 años han ido desarrollándose poco a poco modelos no lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias, apoyándose primero en el análisis cualitativo y después también en los ordenadores y los programas informáticos de cálculo científico. No obstante, los modelos lineales siguen siendo fundamentales: 1) porque en muchos campos proporcionan un cuerpo de doctrina básico o al menos una firme orientación, y 2) porque la linealización es uno de los instrumentos para estudiar los problemas no lineales.

Esta asignatura es indispensable para cursar y entender la asignatura del segundo semestre "Análisis de Fourier y Ecuaciones en Derivadas Parciales".

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Se requieren conocimientos básicos en Geometría euclídea, Álgebra lineal y Análisis Matemático de una y varias variables reales. De hecho, el Análisis Matemático de una variable se debe dominar ampliamente.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos

JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO

Correo Electrónico

jtello@mat.uned.es

Teléfono

91398-7350

Facultad

FACULTAD DE CIENCIAS

Departamento

MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos

TOMMASO LEONORI (Coordinador/a de asignatura)

Correo Electrónico

tommaso.leonori@mat.uned.es

Teléfono

91398-7342

Facultad

FACULTAD DE CIENCIAS

Departamento

MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El equipo docente realizará la tutorización fundamentalmente a través del Curso Virtual. El Seguimiento del Aprendizaje se realizará mediante el curso virtual y los foros abiertos para ese fin. En él se habilitarán foros temáticos en los que el alumno podrá plantear sus dudas y trabajar junto con sus compañeros.

Tutorización presencial en la Sede Central en el siguiente horario:

Martes de 10:00 a 14:00 horas.

Despacho: 2.95

Facultad de Psicología, C/ Juan del Rosal 10

Tutorización telefónica en los horarios de atención presencial en el teléfono 91 398 7350

Tutorización postal. En la dirección:

J. Ignacio Tello

Departamento de Matemáticas Fundamentales. Facultad de Ciencias

Edificio de Psicología. C/ Juan del Rosal 10

28040-Madrid

## TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el formulario que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de cualquier asignatura y centro

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

CE1 - Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CEA2 - Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica

CEA4 - Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CEA7 - Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CEA8 - Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas

CED1 - Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CED2 - Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CG10 - Comunicación y expresión escrita

CG13 - Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica

CG4 - Análisis y Síntesis

CG5 - Aplicación de los conocimientos a la práctica

CG6 - Razonamiento crítico

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Algunas de las competencias más importantes que se adquieren con esta asignatura son:

1- Aplicar correctamente el concepto de solución de una Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO) y calcular su dominio de definición; reconocer y saber hallar la forma normal de una EDO; distinguir entre orden y grado de una EDO.

2-Obtener la EDO que corresponde a una familia de curvas, y viceversa. Calcular las

trayectorias ortogonales.

3-Resolver ecuaciones separables, homogéneas, lineales de primer orden, de Bernoulli y ciertos casos de ecuaciones de Riccati.

4-Reconocer e integrar diferenciales exactas. Calcular factores integrantes.

5-Distinguir, con consultas adecuadas, algunas funciones sin primitiva elemental.

6-Reconocer, mediante consultas bibliográficas, ecuaciones diferenciales sin integración elemental.

7-Dibujo aproximado de soluciones de una EDO. Isoclinas, soluciones especiales, máximos y mínimos, convexidad. Dibujo manual y dibujo con ordenador.

7-Plantear y resolver problemas geométricos sobre curvas planas.

8-Aplicar a los problemas de Cauchy (o de valor inicial) los teoremas de existencia de Peano, y de existencia y unicidad de Picard.

9-Ecuaciones lineales de orden superior: Aplicar las propiedades básicas de linealidad: relación entre una ecuación inhomogénea y la homogénea asociada; principio de superposición lineal.

10-Aplicar el método de variación de los parámetros (o variación de las constantes) para ecuaciones lineales no homogéneas con coeficientes variables.

11-Aplicar el método de reducción de orden de una ecuación lineal cuando se conocen algunas soluciones particulares.

12-Resolver ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes, incluyendo los casos de raíces características (o autovalores) múltiples y complejas. Saber transformar una solución general con valores complejos en una solución general con valores reales.

13-Aplicar el método de los coeficientes indeterminados a la resolución de una ecuación lineal no homogénea con coeficientes constantes.

14-Sistemas lineales: Conocer y aplicar los conceptos, notaciones y propiedades vectoriales y matriciales de los sistemas lineales con coeficientes variables, tanto homogéneos como inhomogéneos.

15-Resolver sistemas lineales por eliminación y por métodos matriciales.

16- Conocer y aplicar el concepto de wronskiano y la fórmula de Liouville para ecuaciones y sistemas lineales.

## CONTENIDOS

### Tema 1. Preliminares

1.1 Motivación

1.2 Conceptos básicos

1.3 Envolvente

1.4 Interpretación geométrica de la ecuación diferencial de primer orden

1.5 Métodos aproximados de resolución

1.6 Ejercicios

## Tema 2. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales de primer orden

### Tema 2. Métodos elementales de integración de ecuaciones diferenciales de primer orden

2.1 Introducción

2.2 Variables separables

2.3 Ecuación homogénea

2.4 Ecuación lineal

2.5 Ecuación de Bernoulli

2.6 Ecuación de Ricatti

2.7 Ecuaciones exactas.

2.8 Ecuaciones reducibles a exactas mediante factor integrante

2.9 Ecuaciones de primer orden resolubles por diferenciación. Ecuación de Lagrange

2.10 Ecuación de Clairaut.

2.11 Propiedades cualitativas de las soluciones.

2.12 Ejercicios

## Tema 3. Existencia y unicidad de soluciones

3.1 Introducción

3.2. El espacio de las funciones continuas.

3.3 Teorema de Peano: Existencia local de soluciones

3.4 Teorema de Picard-Lindelöf: existencia y unicidad de soluciones.

3.5 Teorema de Cauchy.

3.6 Prolongabilidad de soluciones

3.7 Dependencia continua respecto de los parámetros y los datos iniciales.

3.8 Diferenciabilidad respecto de los parámetros

3.9 Ejercicios

## Tema 4. Ecuaciones lineales

4.1 Introducción

4.2 Ecuación lineal de orden 2 con coeficientes constantes

4.3 Independencia lineal de funciones y Wronskiano

4.4 Ecuación lineal de orden N

4.5 Desarrollo en series de potencias de las soluciones

4.6 Ejercicios

## Tema 5. Sistemas lineales

5.1 Introducción

5.2 Conceptos de análisis matricial

5.3 Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales homogéneos

5.4 Sistemas lineales no homogéneos

5.5 Ecuación lineal de orden N

5.6 Sistemas lineales con coeficientes periódicos. Teoría de Floquet (opcional)

5.7 Ejercicios

## Tema 6 Teoría cualitativa

6.1 Introducción.

6.2 Sistemas dinámicos y diagramas de fase.

6.3 Clasificación de sistemas lineales en el plano.

6.4 Sistemas no lineales: Estabilidad.

6.5 Sistemas gradiente.

6.6 Sistemas conservativos. Sistemas hamiltonianos.

6.7 Ejercicios.

## Tema 7. Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales

7.1 Introducción.

7.2 Ecuación del péndulo.

7.3 Ecuaciones diferenciales en ecología.

7.4 Sistemas de ecuaciones diferenciales en quimiotaxis (opcional).

7.5 Aplicaciones a la mecánica de fluidos. Flujo estacionario en una esquina (opcional).

7.6 Ejercicios.

## **METODOLOGÍA**

En cada capítulo se debe llevar a cabo el estudio del siguiente modo:

- Estudio y comprensión del texto base
- Realización de los ejercicios y problemas propuestos

Se propondrá una prueba optativa de evaluación continua. (Ver sección sobre evaluación).

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno

### Criterios de evaluación

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar dicha comprensión.

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

### Comentarios y observaciones

En el examen podrá constar tanto de ejercicios, problemas, demostraciones y preguntas teóricas tanto de desarrollo como de tipo test o una combinación de las anteriores. En todas las respuestas será necesario entender bien lo que se hace. Podrán aparecer cuestiones cuyo objetivo sea comprobar esa comprensión.

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

### Descripción

Se propondrá, entre los días 1 y 22 de diciembre, una prueba de evaluación no presencial en el curso virtual que se calificará de 0 a 1. Esta prueba es optativa.

**La fecha y hora, y cualquier posible modificación posterior si la hubiera (sobre la fecha y hora), se anunciarán en el foro de la asignatura. La duración de la prueba será de 2 horas.**

**Los contenidos de dicha prueba son los que aparecen en los temas 1 al 5, ambos incluidos.**

### Criterios de evaluación

En todos los ejercicios, problemas, y demostraciones, será necesario entender bien lo que se hace. Se podrán poner preguntas para comprobar esa comprensión, que es muy importante.

**Las notas de las PEC solo se tendrán en cuentas en la convocatoria ordinaria de febrero.**

Ponderación de la PEC en la nota final	La prueba de evaluación continua únicamente se tendrá en cuenta para los alumnos en alguna de las siguientes dos situaciones: - Alumnos que hayan obtenido un 10 en el examen final. La P.E.C. se valorará para obtener la matricula de honor en la calificación final. - Alumnos que han obtenido una calificación igual o superior a 4 e inferior a 5 en el examen final. En este caso, la calificación final será el mínimo de 5 y la suma de la calificación del examen final y la de la evaluación continua (valorada entre 0 y 1).
Fecha aproximada de entrega	Entre el 1 y el 22 de diciembre
Comentarios y observaciones	

Consistirá en uno o varios ejercicios, preguntas teóricas y/o de tipo test y se realizará online en un tiempo máximo de 2 horas.

#### OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación en la nota final	0
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

#### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La prueba de evaluación continua únicamente se tendrá en cuenta para los alumnos en alguna de las dos situaciones siguientes:

- Alumnos que hayan obtenido un 10 en el examen final. La P.E.C. se valorará para obtener la matricula de honor en la calificación final.
- Alumnos que han obtenido una calificación igual o superior a 4 e inferior a 5 en el examen final. En este caso, la calificación final será el mínimo de 5 y la suma de la calificación del examen final y la de la evaluación continua (valorada entre 0 y 1), es decir

**Si la NotaExamenFinal  $\geq 5$ ; entonces NotaFinal= NotaEExamenFinal**

**Si la NotaExamenFinal  $< 5$  y NotaExamenFinal  $\geq 4$ ; entonces Nota Final =  $\min(5, \text{NotaExamenFinal} + \text{NotaPEC})$**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788419382788

Título:INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES2023

Autor/es:José Ignacio Tello Del Castillo ;

Editorial:SANZ Y TORRES

El texto base es el libro *Introducción a las ecuaciones diferenciales* de J. Ignacio Tello. Su contenido coincide con el temario de la asignatura.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788436237085

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO III5ª

Autor/es:Valdivia Ureña, Manuel ;

Editorial:U.N.E.D.

### Bibliografía complementaria

#### Textos

W.E. Boyce y R.C. DiPrima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Limusa, 2005. (Disponible edición digital en inglés).

L. Elsgoltz, Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional. Mir, 1996. (Disponible edición digital en español).

M. de Guzmán, Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control. Alhambra, 1975.

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español).

G. Simmons, Ecuaciones diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1993. Nota: Una edición anterior tiene importantes deficiencias de traducción. (Disponible edición digital en español de la Segunda Edición).

D.G. Zill y M.R. Cullen, Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera. Sexta Ed. Thomson, 2006. Incluye CD-ROM. (Disponible edición digital en español).

#### Libros de problemas

F. Ayres, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum . McGraw-Hill, 1994.

R. Bronson, Ecuaciones diferenciales. Serie de Compendios Schaum, McGraw-Hill, diversas ediciones. Hay una edición de 2008.

M. de Guzmán, I. Peral, y M. Walias, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Alhambra, 1978.

Los problemas recogidos en este libro son esencialmente los que se proponen en el texto de M. de Guzmán.

A. Kiseliov, M. Krasnov, y G. Makarenko, Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Mir, 1984. (Disponible edición digital en español).

#### Manuales de Matemáticas

I. Bronshtein y K. Semendiaev, Manual de Matemáticas. Mir, 1971. Se reimprime con frecuencia y suele encontrarse en las librerías españolas. Al contrario que otros manuales de fórmulas y tablas, contiene relevantes párrafos de texto explicativo. (Disponible edición digital en español, y otra bastante más extensa en inglés).

M.R. Spiegel, J. Liu y L. Abellanas, Fórmulas y tablas de Matemática aplicada. Segunda edición revisada, Schaum, McGraw-Hill Interamericana de España, Madrid, 2005. Se beneficia del importante refuerzo de L. Abellanas. (Disponible edición digital en español). Este libro está relacionado con el siguiente, que suele encontrarse en la mayoría de las bibliotecas.

M.R. Spiegel, Manual de fórmulas y tablas matemáticas, Schaum, McGraw-Hill. Diversas ediciones o reimpressiones a partir de 1970. (Disponible edición digital en español).

### **Aplicaciones y modelización**

E. Beltrami, Mathematics for Dynamic Modeling. 2ª Ed., Academic Press, 1987. (Stability, optimal control, cycles, bifurcation, catastrophe, chaos). Contiene partes del nivel del curso y también modelos de ecuaciones en derivadas parciales no enumerados en las líneas anteriores.

M. Braun, Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones, Grupo Editorial Iberoamérica, 1990. Original en inglés de 1983. (Disponible edición digital en español).

F.R. Giordano and M.D. Weir, A First Course in Mathematical Modeling. Brooks/Cole Publishing Company, 1985. Modelos interesantes con matemáticas elementales.

W. Simon, Mathematical Techniques for Biology and Medicine. Academic Press, New York, 1972. MIT Press, Cambridge, Mass., 1977. Dover, New York, 1986. Una extensa e intensa muestra de modelos y aplicaciones que utiliza matemáticas accesibles en el tercer curso del Grado.

R. Haberman, Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.

P. Puig Adam, Ecuaciones diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970. (Disponible edición digital en español). Contiene claras exposiciones de las vibraciones y oscilaciones mecánicas y eléctricas, resonancia y redes eléctricas.

D.G. Zill, Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Octava Ed. Thomson, 2007. Incluye CD-ROM.

### **Bibliografía más avanzada**

#### **Clásicos sobre existencia local y global, unicidad, dependencia en los parámetros y en las condiciones iniciales:**

E.A. Coddington and L. Levinson, Theory of ordinary differential equations. McGraw-Hill, New York, 1955.

Ph. Hartman, Ordinary Differential Equations. Second Ed., Birkhäuser, 1982.

#### **Ecuaciones diferenciales en el campo complejo:**

E.L. Ince, Ordinary Differential Equations. Dover, 1956.

E. Hille, Ordinary Differential Equations in the Complex Domain. Dover, 1997. Original en John Wiley & Sons, 1976.

**Libros que tratan Teoría geométrica, Teoría cualitativa, Teoría de la estabilidad, Sistemas dinámicos:**

D.W. Jordan and P. Smith, *Nonlinear Ordinary Differential Equations, An Introduction to Dynamical Systems*. Third Edition, Oxford University Press, New York, 1999. Fourth Edition, 2007.

V.V. Nemytskii and V.V. Stepanov, *Qualitative Theory of Differential Equations*. Princeton University Press, 1960.

**Caos y fractales:**

E. Beltrami, *Mathematics for Dynamic Modeling*. 2º Ed., Academic Press, 1987.

Cristoforo S. Bertuglia and Franco Vaio, *Nonlinearity, Chaos and Complexity: The Dynamics of Natural and Social Sciences*, Oxford University Press, New York, 2005.

Robert L. Devaney and Linda Keen, *Chaos and Fractals: The Mathematics Behind the Computer Graphics*, American Mathematical Society, 1989.

James Gleick, *Chaos, Making a New Science*. Penguin Group, 1987. Libro de divulgación.

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Curso virtual donde también se encuentran el foro y correos electrónicos de profesor y alumnos, y el horario de atención presencial y telefónica a los alumnos.

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.