26-27

GRADO EN MATEMÁTICAS
PRIMER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES I

CÓDIGO 61021080

UNED

26-27

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES I

CÓDIGO 61021080

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA
IGUALDAD DE GÉNERO

NOMBRE DE LA ASIGNATURA	FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES I
CÓDIGO	61021080
CURSO ACADÉMICO	2026/2027
DEPARTAMENTO	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	GRADO EN MATEMÁTICAS
CURSO - PERIODO - TIPO	- PRIMER - SEMESTRE 2 - OBLIGATORIAS
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	MICROGRADO EN FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS
PERIODO - TIPO	- SEMESTRE 2 - OPTATIVAS
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	DOBLE GRADO EN ECONOMÍA Y MATEMÁTICAS
CURSO - PERIODO - TIPO	- PRIMER - SEMESTRE 2 - OBLIGATORIAS
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CURSO - PERIODO - TIPO	- PRIMER - SEMESTRE 2 - FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
HORAS	150.0
IDIOMAS EN QUE SE IMPARTE	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La asignatura FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES I está dedicada a la formación del estudiante en el inicio del Cálculo de varias variables. Esta disciplina se ocupa del desarrollo de las herramientas del Cálculo Infinitesimal en un contexto espacial de dimensión n. Se hace especial hincapié en el caso del espacio euclídeo de dimensión 3, ya que en este espacio se puede visualizar con relativa facilidad, la gráfica de una función $f : R^2$ R, lo que constituye un salto cualitativo importante en relación al Análisis de funciones de una variable; así, por ejemplo, el estudio del límite de una función en un punto p no se reduce únicamente al estudio de los dos límites laterales, sino a todas las posibles trayectorias por las que se puede tender a p. A continuación, el estudio se extiende al caso n-dimensional.
Se insiste en que el estudio de la **continuidad y de la diferenciabilidad** de funciones de varias variables constituye el objectivo **fundamental de la asignatura.**
El Cálculo Vectorial es un soporte absolutamente imprescindible para el desarrollo de teorías físicas y matemáticas con un mínimo fundamento geométrico, así como de la aplicación práctica para el estudio de fenómenos de la vida real, por lo que se considera una disciplina básica para cualquier persona con formación científica.

La asignatura Funciones de varias variables I forma parte de la materia Análisis Matemático y en el plan de estudios de la titulación figura en el segundo cuatrimestre del primer curso.

Esta asignatura está realcionada con las asignaturas de algebra Lineal I, Funciones de una Variable I y II (en las cuales se apoya esencialmente) Funciones de varias Variables II (que es la continuación de esta), Lenguaje Matemático, Conjuntos y Números.
La aportación es de 6 créditos, equivalentes a 150 horas de trabajo.
Las competencias del Grado de Matemáticas que se trabajan en particular en esta asignatura son:
CED1: Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores.
CEP3: Habilidad para la comunicación con profesionales no matemáticos para ayudarles a aplicar las matemáticas en sus respectivas áreas de trabajo.
CEP4: Resolución de problemas.
CEA1: Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía.
CEA2: Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la representación gráfica y la aproximación geométrica.
CEA3: Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones.
CEA7: Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El nivel de acceso a la asignatura exige un Bachillerato de Ciencias o el Curso de Acceso a la Universidad con la asignatura de Matemáticas Avanzadas. Aunque en esta formación anterior se hayan estudiado las funciones reales de variable real, es recomendable haber realizado el curso de Funciones de una variable I por cuanto supone un estudio más formal del Cálculo Infinitesimal. En el plan de estudios de este Grado el curso de Funciones de una variable II es simultáneo a esta asignatura y, sin ser necesario, es recomendable cursarlo al mismo tiempo.
Los primeros capítulos del programa se dedican a estudiar la geometría del espacio euclídeo por medio de los vectores del espacio. Sería útil estar familiarizado con la teoría de matrices, aunque lo que necesitaremos de éstas se tratará en el curso. Sin embargo, los conocimientos de Bachillerato de Trigonometría básica - necesarios para el estudio de las coordenadas cilíndricas y esféricas - serán considerados conocidos.
Se suponen conocidas las funciones de una variable seno, coseno, exponencial y su inversa la función logaritmo neperiano. Además, también se consideran conocidas las técnicas de cálculo de límites de funciones de una variable, así como de las reglas básicas de derivación, como la regla de la cadena, derivación de un producto o un cociente.
Finalmente, se recomienda conocer la notación de intervalos en la recta real y su descripción

en términos de desigualdades.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	TOMMASO LEONORI (Coordinador/a de asignatura)
Correo Electrónico	tommaso.leonori@mat.uned.es
Teléfono	91398-7342
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO
Correo Electrónico	jtello@mat.uned.es
Teléfono	91398-7350
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

•Tutorización a través del Curso Virtual.

•Tutorización telefónica en los horarios de guardia del profesor de la Sede Central.

Teléfono:

Horario de guardia: Martes lectivos de 10:30 a 13:30 y de 15:00 a 16:00 horas en el Despacho 2.95.

•Dirección de correo electrónico: tommaso.leonori@mat.uned.es

El Seguimiento del Aprendizaje se realizará mediante el curso virtual y los foros abiertos para ese fín.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

Las sesiones de tutoría se imparten presencialmente y en línea desde el Centro Asociado de referencia o, en su defecto, desde otro Centro Asociado. A continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura.

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Código	Descripción
CG4	Análisis y Síntesis
CG5	Aplicación de los conocimientos a la práctica
CG6	Razonamiento crítico
CG7	Toma de decisiones

CG8	Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros
CG10	Comunicación y expresión escrita
CG11	Comunicación y expresión oral
CG13	Comunicación y expresión matemática, científica y tecnológica

Código	Descripción
CED1	Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores
CED2	Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos
CEP1	Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en el lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución
CEA4	Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos
CEA7	Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita
CEA8	Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas
CE1	Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos

CEP4	Resolución de problemas

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE ACUERDO CON LA MEMORIA DEL GRADO
Estudio de fenómenos del mundo real referidos al espacio ·Utilizar la geometría como paradigma de materia científica donde se aplica el método inductivo y se puede experimentar ·Utilizar las matemáticas para representar figuras y objetos en el espacio ·Resolver problemas referidos a objetos y situaciones en el espacio ·Utilizar espacios geométricos para modelizar fenómenos o problemas procedentes de otros ámbitos de las matemáticas o de la realidad ·Situar los problemas geométricos dentro de la historia de la ciencia y de las matemáticas · Visión espacial y en espacios tridimensionales · Utilizar y relacionar diversos campos de las matemáticas para resolver problemas del mundo real ·Estudio de estructuras geométricas y topológicas definidas a partir de conjuntos ·Estudio de propiedades de figuras geométricas a través de su representación gráfica y del razonamiento geométrico ·Estudio de las propiedades de curvas y superficies conocidas ·Conocimiento de estructuras tangentes a ciertos espacios geométricos tales como curvas y superficies · Estudio de la continuidad de aplicaciones entre espacios del espacio euclideo· Estudio de la aportación del cálculo diferencial al conocimiento de los espacios geométricos ·

Los resultados de aprendizaje específicos de la asignatura se enuncian a continuación; en el apartado *Contenidos* de esta Guía se detallan en relación a cada epígrafe:

- Manejo de la ecuacíon de una recta en forma vectorial en el plano o el espacio tridimensional, así como del plano en el espacio.
- Conocimiento del producto escalar de dos vectores y su relación con la distancia entre dos puntos y con el ángulo entre dos vectores de R^3
- Conocimento de la desigualdad de Cauchy-Schwarz y su interpretación geométrica.
- Saber calcular la proyección ortogonal de un vector sobre otro, ambos en R^3.
- Conocimiento de la desigualdad triangular y su deducción a partir de la de Cauchy-Schwarz.
- Saber calcular el determinante de una matriz de orden dos o tre, así como conocer sus propiedades.
- El producto vectorial de dos vectores de R^3. Se sabrá hacer su cálculo y conocer sus propiedades.
- Conocer la interpretación geométrica de los determinantes 2 ×2 y 3 ×3. Se obtendrá manejo de las coordenadas cilíndricas y esféricas en el espacio euclídeo tridimensional. Se generalizarán los conceptos estudiados para dimensión 3 a dimensión n de manera recurrente y por analogía.
- Se introducirán las funciones f : R^n R^m desde un punto de vista geométrico, haciendo referencia a la gráfica de f, lo que permitirá el estudio de algunos aspectos geométricos,

como el cálculo de curvas o superficies de nivel de una gráfica.

- **Límite de una función f : R^n R^m** cuando f tiende a un punto y **continuidad de f en un punto**: son puntos **clave y objetivos fundamentales** de la asignatura.
- **Diferencial de una función f : R^n R^m en un punto p.** Es, como la continuidad, un **objetivo fundamental** del curso. El estudiante conocerá el sentido de estudiar la diferencial analizando y calculando ésta, en caso de que exista, de una función f : R^2 R, cuya gráfica se puede visualizar en R^3. En este sentido, se conocerá la relación con las derivadas parciales de f en p y el plano tangente a la gráfica de f en f(p).
- Se conocerán los teoremas fundamentales sobre la diferenciación y sus implicaciones. Estos teoremas relacionan la diferenciación con la continuidad y las derivadas parciales.
- Se conocerá la aplicación de la regla de la cadena.
- Se conocerá el gradiente de una función y su relación con las derivadas direccionales. Se sabrá utilizar el gradiente para el cálculo de la derivada direccional y los planos tangentes a los conjuntos de nivel.
- Se conocerá el concepto de derivada parcial.
- Se sabrá calcular el Polinomio de Taylor para una función f : R^2 R.
- Se sabrá calcular la matriz hessiana de una función en un punto p y su utilización mediante el criterio del determinante, para obtener información acerca de p, si éste es un punto crítico.

A través de estos resultados se comienzan a adquirir las competencias disciplinares, profesionales y académicas.

CONTENIDOS

Tema 1. La Geometría del Espacio Euclidiano

Tema 2. Continuidad

Tema 3. Diferenciación

Tema 4. Derivadas de orden superior. Máximos y mínimos.

METODOLOGÍA

El plan de trabajo se referirá al texto base Cálculo Vectorial (J. E. Marsden y A. J. Tromba, Pearson). En él se fijan tanto los contenidos del estudio como la notación, que puede cambiar en los distintos libros que tratan de la materia. En la segunda parte de la guía de estudio (Plan de Trabajo), se concretarán orientaciones para el estudio de los temas, se insistirá en el tipo de ejercicios sobre los que el alumno deberá trabajar y se indicará un cronograma temporal sobre la distribución de contenidos.
Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del alumno con la bibliografía recomendada, básica y complementaria, siempre con la ayuda del profesor de la Sede Central de la UNED, los Profesores Tutores y las tecnologías de ayuda de la UNED.
Los contactos con el profesor pueden ser: presenciales en la Sede Central, por teléfono, e-mail, correo postal, y el curso virtual.
Se hará **hincapié en el curso virtual,** porque está probando ser una herramienta de enorme utilidad para los estudiantes en los últimos años:

- En el foro docente-guardia virtual, donde los alumnos consultan al Profesor coordinador cuestiones específicas de la asignatura que serán atendidas por éste y por distintos Profesores-Tutores..
- En el foro de consultas generales, donde se plantearán preferentemente cuestiones de caracter burocrático, de gestión o de procedimientos de evaluación.
- En el foro de alumnos, donde se podrán comunicar con los otros alumnos; no es un foro tutelado, por lo que los profesores no se responsabilizarán del contenido del mismo.

Finalmente, se podrán crear foros de cuestiones concretas: conjuntos, relaciones, etc... que consistirán en preguntas orientadas a la profundización y comprensión de los estudiantes; estarán abiertos durante un tiempo en el cual se contestarán los alumnos entre sí, participando el profesor sólo cuando lo considere necesario.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	3
Duración del examen	120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno.

Criterios de evaluación

Se valorarán los siguientes aspectos del examen:
Planteamiento del problema
Exposición y claridad en los razonamientos.
Corrección en los cálculos.
Corrección en la presentación

% del examen sobre la nota final	100
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

El examen constará de 3 preguntas de desarrollo de índole prática; ellas se pueden dividir en 2 o 3 apartados, de forma a presentar el problema en partes que se completan. Se puede dejar en blanco alguna pregunta y aún así aprobar la asignatura, dado que todas las preguntas tienen puntuación inferior a 5.

Se podrá obtener la calificación de 10, como nota final de la asignatura, solamente con el examen; de hecho, para la atribución de la Matrícula de Honor solamente se tendrá en cuenta el examen de la Prueba Presencial.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Se realizará una prueba disponible en el curso virtual.

Criterios de evaluación

En caso de se optar por un test, cada pregunta dispone de varias opciones y sólo una de ellas es correcta. El acierto puntúa con un punto o dos, el fallo resta la mitad del acierto y la respuesta en blanco no suma ni resta. Si la suma es negativa, se atribuirá el valor 0. Si es de desarrollo, será constituída por dos preguntas y, como en el caso del examen, se valorará el planteamiento del problema, la exposición y claridad en los razonamientos y la corrección en los cálculos.

Ponderación de la PEC en la nota final	La PEC se puntúa ente 0 y 10 y pondera en la nota final según la nota obtenida en la PEC (ver última epígrafe), con un 5 % o 3% sobre la nota final. La nota de la PEC no será tenida en cuenta para una eventual atribución de la Matrícula de Honor.
Fecha aproximada de entrega	Segunda quincena de abril.

Comentarios y observaciones

La nota de la PEC de abril será tenida en cuenta en la convocatoria extraordinaria (de septiembre), en los mismos parámetros que la convocatoria ordinaria.

La Pec es optativa y se puede obtener la nota máxima en el examen sin haber realizado la PEC.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La fórmula es la siguiente:

(La fórmula puede sufrir alteraciones, en caso de estado de alarma o confinamiento.)

Si el estudiante **no ha** realizado PEC, **o** la ha realizado pero **no ha obtenido nota superior o igual a 4 en las dos** Pruebas (P. Presencial y PEC) , **la nota final será la nota de la Prueba Presencial.**

Si el estudiante ha realizado la PEC, ha obtenido en ella nota superior o igual a 4 y la nota de la Prueba Presencial es **igual o superior a 4 y igual o inferior a 9,** la nota final se obtiene mediante el siguiente cómputo: Nota Final = Nota de la Prueba Presencial + (Nota de la PEC) x 0.05 .

Si el estudiante ha realizado la PEC, ha obtenido en ella nota superior o igual a 4 y la nota de la Prueba Presencial es **superior a 9,** la nota final se obtiene mediante el siguiente cómputo: Nota Final = Nota de la Prueba Presencial + (Nota de la PEC) x 0.03 (con un máximo de 10).

Para una eventual concesión de la Matrícula de Honor, no se tendrá en cuenta la nota de la PEC.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788490355787
Título:CÁLCULO VECTORIAL6ª
Autor/es:Tromba, Anthony J. ; Marsden, Jerrold E. ;
Editorial:PEARSON

El estudiante **podrá utilizar también la 5ª edición del libro** de la Bibliografía Básica. En lo que se refiere al programa, las dos ediciones solo diferen por algunos ejercicios más en la 6ª edición.

El estudiante seguirá las notaciones y terminología del libro en su estudio, pues ésta puede variar de unos libros a otros. La oficial será la del libro base.

Los capítulos están profusamente ilustrados, lo que permite una mejor fijación de los conceptos para después hacer la generalización a dimensión arbitraria. Los conceptos fundamentales de cada tema van acompañados de un buen número de ejemplos que persiguen un doble objetivo: por un lado, está el propósito de ilustrar los conceptos presentados, por otro, constituyen una serie de ejercicios resueltos que facilitan la profundización y reflexión sobre dichos conceptos a la vez que sirvan de modelo para resolver otros ejercicios.

Al comienzo del libro, así como en algunos capítulos se ha incluido una sección titulada “Notas Históricas”, que contextualizan el concepto tratado en la Historia de las Matemáticas

y que pueden dar al alumno una idea de la profundidad o el valor del concepto del que se trata.
Los ejercicios al final de cada capítulo deben permitir al estudiante comprobar la adquisición de conocimientos.
Además del libro de texto, el estudiante encontrará ,en la página de presentación de la asignatura, gran **número de documentos escritos o audiovisuales, con material para el estudio y preparación de la asignatura**: desarrollo de algunos temas menos profundizados en el libro base, resolución de ejercicios, resolución de exámenes anteriores.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788487555916
Título:PROBLEMAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL EN VARIAS VARIABLESnull
Autor/es:Alberto Blanco ;
Editorial:EDINFORD

ISBN(13):9788492184750
Título:CÁLCULO II: TEORÍA Y PROBLEMAS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES2ª ed.
Autor/es:García López, Alfonsa ;
Editorial:CLAGSA

ISBN(13):9788493527129
Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO II: (VARIAS VARIABLES): 90 PROBLEMAS ÚTILESnull
Autor/es:Juan De Burgos ;
Editorial:García Maroto Editores

ISBN(13):9788493671228
Título:CÁLCULO VECTORIAL. DEFINICIONES, TEOREMAS Y RESULTADOSnull
Autor/es:Burgos, Juan De ;
Editorial:García-Maroto Editores

ISBN(13):9788497322904
Título:PROBLEMAS RESUELTOS DE CÁLCULO EN VARIAS VARIABLESnull
Autor/es:Venancio Tomeo, Jesús San Martín E Isaías Uña Juárez ; Tomeo Perucha ;
Editorial:: PARANINFO

Los libros que se han incluido en la lista de Bibliografía Complementaria se incluyen como ayuda para que el alumno tenga algunas referencias de las muchas que hay sobre el tema. El texto base es lo suficientemente didáctico para explicar los conceptos que se tratan en el curso. En los libros de Bibliografía Complementaria, el alumno puede encontrar ejercicios adicionales para realizar más práctica, si así lo desea.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

- Curso Virtual. La UNED pone a disposición de los alumnos un curso virtual atendido por profesores en el cual se abren posibilidades como la comunicación casi inmediata con un profesor virtual que resolverá las dudas tanto generales como específicas de la asignatura, la comunicación entre alumnos de la asignatura en el foro de alumnos y además se irán abriendo foros con cuestiones específicas de temas concretos en el que los alumnos podrán intercambiar soluciones, correcciones a otros alumnos y en el que el profesor intervendrá cuando sea necesario para reconducir el debate.
- Programa de cálculo simbólico MAPLE. Los alumnos tienen acceso al programa mediante una clave que le proporcionará la UNED y con él podrán experimentar sobre diversos cálculos numéricos.
- Asimismo, el estudiante encontrará, en la página de presentación de la asignatura, gran número de **documentos escritos o audiovisuales, hechos por Profesores-Tutores, con material para el estudio y preparación de la asignatura**: desarrollo de algunos temas menos profundizados en el libro base, resolución de ejercicios, resolución de exámenes anteriores.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.