26-27

GRADO EN MATEMÁTICAS
PRIMER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

FUNCIONES DE UNA VARIABLE II

CÓDIGO 61021074

UNED

26-27

FUNCIONES DE UNA VARIABLE II

CÓDIGO 61021074

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA
IGUALDAD DE GÉNERO

NOMBRE DE LA ASIGNATURA	FUNCIONES DE UNA VARIABLE II
CÓDIGO	61021074
CURSO ACADÉMICO	2026/2027
DEPARTAMENTO	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	GRADO EN MATEMÁTICAS
CURSO - PERIODO - TIPO	- PRIMER - SEMESTRE 2 - FORMACIÓN BÁSICA
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	MICROGRADO EN FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS
PERIODO - TIPO	- SEMESTRE 2 - OBLIGATORIAS
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	DOBLE GRADO EN ECONOMÍA Y MATEMÁTICAS
CURSO - PERIODO - TIPO	- PRIMER - SEMESTRE 2 - FORMACIÓN BÁSICA
TÍTULO EN QUE SE IMPARTE	DOBLE GRADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CURSO - PERIODO - TIPO	- PRIMER - SEMESTRE 2 - FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
HORAS	150.0
IDIOMAS EN QUE SE IMPARTE	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La asignatura de Funciones reales de una variable II continúa con el estudio de las funciones con valores reales de variable real . El estudiante ha visto muchos de los contenidos que en la asignatura se exponen, bien en el Bachillerato bien el el Curso de Acceso a la Universidad, y por tanto no tienen que resultarle extraños gran parte de los teoremas expuestos. Hay otra parte absolutamente nueva que no debería de resultarle difícil una vez que haya cogido ritmo de estudio y asentado los conocimientos que ya traía y que sin lugar a duda deberá de ir profundizando conforme vaya avanzando en el estudio.

Parte de la presentación de una asignatura es ver desde el punto de vista histórico cómo han ido evolucionando sus contenidos y cómo se originaron.
Ya en la Grecia Antigua se establecieron métodos infinitesimales como formas de razonamiento partiendo de ideas atomicistas (Demócrito) para resolver áreas y volúmenes de ciertos conjuntos así como aproximaciones a algunos números irracionales, como el método de exhaución de Eudoxo. Implícitamente se tenía la idea de límite, básica en el Analisis, aunque faltarían aún muchos siglos para una buena definición.
Es muy importante tener en cuenta que una formulación fuertemente sustentada no ocurriría

hasta el siglo XIX, y aún que el estudio de los números reales formalmente no se realizaría hasta finales de dicho siglo. Por tanto el desarrollo historico no sigue, en absoluto, las exposiciones sistematizadas que hoy en día se presentan siendo, por ejemplo el concepto de derivada anterior al de función y éste anterior al de número real formalmente descrito.
Entre los primeros métodos infinitesimales que se utilizaron están los de Kepler (sXVII) y sus órbitas planetarias. Exigían métodos de integración, esto es, de calculo de áreas y volúmenes que tuvieron una expresión precisa en los métodos de Cavalieri (sXVII) que consistía en convertir figuras planas en colecciones de segmentos paralelos y volúmenes en trozos de planos paralelos. Y estos fueron los comienzos del cálculo integral que se verían completados con los trabajos de Cauchy y Riemann (sXIX).
Desde un punto de vista matemático Leibnitz trabaja para los siguientes problemas: Sumación de Series, problemas de obtención de tangentes, Reciprocidad entre los problemas de diferenciabilidad e integrabilidad. Introdujo "d" como símbolo de la diferencial y halló las reglas básicas de derivada de constantes, suma, producto. La notación para la derivada y la integración se debe a Leibnitz y facilitó la formalización de dichos conceptos.
La introducción de la derivada y la integral dió lugar a problemas prácticos importantes hasta el punto que en 1696 apareció el texto "Análisis Infinitesimal" de G.F. L´Hopital.
En el siglo XVIII la teoría de funciones se antepuso a los métodos infinitesimales como necesidad de fundamentación. El concepto de función entonces era entendido como correspondencia o ley que asociaba a números otros números o como expresión analítica, es decir, fórmulas que describían la función. De hecho el gran matemático Leonard Euler utilizaba la expresión en series infinitas de las funciones pensando que todas admitían este tipo de expresión. Detrás de todo subyacía la necesidad de formalizar el concepto de límite, lo que llevo a Cauchy a ocuparse del tema haciendo grandes avances en la teoría de funciones ya en las primeras décadas del siglo XIX y fundamentando todo el Análisis en los límites.

Tres obras hicieron posible la introducción del rigor y la sistematización: Curso de Análisis (1821), Resumen de conferencias sobre el cálculo de infinitesimales (1823) y Conferencias sobre aplicaciones del Análisis a la Geometría (Dos tomos 1826 y 1828).En el primero se introduce el concepto de convergencia, las funciones elementales y las series infinitas, y en el segundo se fundamenta el Cálculo diferencial e integral.

El lector observará que el orden en el que va a estudiar los conceptos no es ni mucho menos el histórico sino una sistematización de lo que se ha producido a lo largo de varios siglos. Mucho de lo que hemos ido contando se desarrollará a lo largo del curso en las asignaturas relativas a la Teoría de funciones.
Al ser la segunda asignatura dentro de la materia Análisis Matemático los contenidos que en ella se imparten son básicos y por lo tanto inician al estudiante en el estudio de los tópicos básicos de la teoría de funciones y fundamentan todos los posteriores con aplicación a otras materias como la Geometría y Topología, Física, Ecuaciones diferenciales, Métodos

numéricos y Estadística.
La asignatura es fundamental en el perfil profesional de un graduado en Matemáticas, pues contiene aspectos teóricos y prácticos, como el cálculo integral y las series de funciones, imprescindibles en el conocimiento para el análisis y resolución de cualquier problema teórico o práctico de muchas áreas propias del título o ajenas como la economía, física, química, ambientales, ingenierías, etc...

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

El nivel de acceso a la asignatura exige un Bachillerato de Ciencias o el Curso de Acceso a la Universidad con la asignatura de Matemáticas Especiales ya que en ellos se aprenden técnicas imprescindibles y conllevan una familiarización con los tipos de funciones elementales. Obviamente y por su situación dentro del grado, es muy conveniente haber cursado Funciones reales de una variable I.
Es conveniente que se realicen las autoevaluaciones del Curso 0 para localizar las posibles deficiencias que pueda traer el estudiante y subsanarlas con algunos de los textos de bachillerato o de la asignatura de Matemáticas Especiales del Curso de Acceso a la Universidad.
¿Qué conocimientos debe de traer el alumno para afrontar la asignatura con comodidad?. Estar familiarizado con las funciones polinómicas, racionales, logaritmo , exponencial, trigonométricas, e inversa de éstas, aunque dentro del contenido del curso se dan las definiciones rigurosas de éstas y se extraen las propiedades. El concepto de derivada e integral, tanto a nivel teórico como práctico aplicado especialmente a las funciones anteriores. También serán necesarios conocimientos básicos de la geometría del plano euclídeo y afín.
Un repaso a los libros de Matemáticas del Bachillerato o al libro de Matemáticas Especiales del CAU proveerá de una situación óptima para el desarrollo del curso de Funciones de una Variable I y II.
De hecho aunque el texto base, por seguir un desarrollo sistemático formaliza las funciones básicas con técnicas integrales, desde el principio se darán por sabidas y en su momento se aconsejarán ejercicios, que completando los del texto base, utilicen dichas funciones.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO (Coordinador/a de asignatura)
Correo Electrónico	jtello@mat.uned.es
Teléfono	91398-7350
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Nombre y Apellidos	ALEJANDRO ORTEGA GARCIA
Correo Electrónico	alejandro.ortega@mat.uned.es
Teléfono	91398-6242

Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Tutorización a través del Curso Virtual.
Tutorización telefónica en los horarios de guardia del profesor de la sede Central.
Tutorización a través de correo postal o electrónico.
El Seguimiento del Aprendizaje se realizará mediante el curso virtual y los foros abiertos para ese fin.
Tutorización presencial en la Sede Central en el siguiente horarios:
Martes de 14:30 a 18:30
28040 Madrid
Teléfono: 91 398 7350
jtello@mat.uned.es

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- **Tutorías de centro o presenciales**: se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- **Tutorías campus/intercampus**: se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61021074

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

CG4	Análisis y Síntesis	CED 1	Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales para el estudio de las Matemáticas superiores

CG5	Aplicación de los conocimientos a la práctica	CED 2	Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos

CG6	Razonamiento crítico	CEP 1	Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en el lenguaje matemático, de manera que facilite su análisis y resolución

CG8	Seguimiento, monitorización y evaluación del trabajo propio o de otros	CEA 4	Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento ya sea de forma teórica o práctica mediante la búsqueda de contraejemplos

CG10	Comunicación y expresión escrita	CEA7	Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto en la forma oral como escrita

CG11	Comunicación y expresión oral	CEA8	Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Los resultados específicos de la matería Análisis Matemático que se obtienen con la asignatura son:
Entender el concepto de integral como descubrimiento que soluciona el antiguo problema del cálculo de áreas.(CED1,CEA1)
Relacionar las ideas geométricas y analíticas que subyacen al concepto de integral. (CEA8)
Comprender la estrecha relación entre los conceptos de integral y derivada mediante el Teorema Fundamental del Cálculo, el teorema del valor medio. (CED1, CEP4)
Calcular integrales mediante la Fórmula de Barrow. (CED1, CEP4)
Avanzar en el cálculo de primitivas para poder uasr los resultados anteriores. (CEA1, CEP4, CEA3 y CEA4)
Manejar ejemplos y contraejemplos de funciones relacionadas con la integral.(CED1,CED2, CEA3, CEA4 y CEA8)
Formalizar las funciones elementales mediante el uso de las integrales. (CED1,CEA1, CEA6)
Conocer los métodos de cálculo asociados a las series de funciones, su relacionados con la derivada y la integral. (CED1 CEA8)
Entender el concepto de integrales impropias y su relación con las series numéricas.
Manejar las integrales eulerianas y sus fórmulas fundamentales. (CEP4, CEA3)

Cálculo de series de potencias. Relacionar las series de potencias con la fórmula de Taylor.(CD1, CEA2, CEA8)
A través de estos resultados se comienzan a adquirir las competencias disciplinares, profesionales y académicas. Específicamente, en la asignatura se fomenta la comprensión del concepto de límite de funciones y aquellos que le van asociados, integral como herramienta de cálculo y como concepto primario del Análisis Matemático.
De hecho al ser una asignatura eminentemente básica, fundamenta todas las competencias descritas en la memoria de grado. (Véase memoria de grado de Matemáticas).

CONTENIDOS

Integral de Riemann

Teoremas Fundamentales del Cálculo

Funciones logarítmicas y exponenciales

Funciones trigonométricas

Cálculo de primitivas

Integrales Impropias

Integrales Eulerianas

Sucesiones de Funciones

Series de Funciones

Series de Potencias

METODOLOGÍA

El plan estudio se referirá al texto base "Análisis Matemático" (J.Fernánde Novoa, UNED). En él se fijan tanto los contenidos del estudio como la **notación**, que puede cambiar en los distintos libros que tratan de la materia.
Gran parte de la formación recae sobre el trabajo personal del alumno con la bibliografía recomendada, básica y complementaria, siempre con la ayuda del profesor de la Sede Central de la UNED, los tutores y las tecnologías de la UNED de ayuda.
Los contactos con el profesor pueden ser: Presenciales en la Sede Central, por teléfono, e-mail, correo postal, y el **curso virtual.**
En el curso virtual vamos a hacer hincapié, porque está siendo una herramienta de enorme utilidad para los estudiantes en los años pasados.

· En el **foro** los alumnos consultan al profesor cuestiones específicas de la asignatura que serán atendidas por éste.

· En el **foro de consultas generales** se plantearan preferentemente cuestiones de caracter burocrático, de gestión o de procedimientos de evaluación.

· En el **foro de alumnos** se podrán comunicar con los otros alumnos, no es un foro tutelado por lo que los profesores no tendrán por qué entrar en él.

· Finalmente se podrán crear **foros de cuestiones concretas**: derivabilidad, continuidad, etc... que consistirán en preguntas orientadas a la profundización y comprensión de los estudiantes, estarán abiertos durante un tiempo en el cual se contestarán los alumnos entre sí, participando el profesor sólo cuando lo considere necesario.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Ninguno

Criterios de evaluación

Se evalúa sobre 10 puntos.

SI NO SE REALIZA PEC:

NOTA FINAL = NOTA PRUEBA PRESENCIAL

SI SE REALIZA PEC:

Si la calificación en el examen final es superior a 5 o inferior a 4,

NOTA FINAL = NOTA PRUEBA PRESENCIAL.

En caso contrario, cuando la calificación del examen final está entre 4 y 5, se podrá obtener un 5 si la suma de ambas notas es 5 o superior, valorando la PEC sobre 1 punto:

NOTA FINAL = MINIMO(5, NOTA PRUEBA PRESENCIAL + NOTA PEC).

La PEC se valorará para obtener Matrícula de honor.

% del examen sobre la nota final	
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4

Comentarios y observaciones

LA NOTA DE LA PEC NO SE CONSERVA EN SEPTIEMBRE

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Se realizará una prueba ON LINE, en una fecha especificada en el curso virtual a través de la plataforma.

LA FECHA DE LA PEC SERÁ APROXIMADAMENTE EN EL MES DE ABRIL O PRINCIPIOS DE MAYO.

Criterios de evaluación

La pec consistirá en la resolución de uno o varios ejercicios, problemas, preguntas teóricas y/o de tipo test.

Ponderación de la PEC en la nota final	La PEC se valora si la nota del examen final esta entre 4 y 5 con un máximo de 1 punto y para obtener Matricula de honor.
Fecha aproximada de entrega	Se anunciará en el curso virtual con mucha antelación

Comentarios y observaciones

LA NOTA DE LA PEC NO SE CONSERVA EN SEPTIEMBRE

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega
Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

SI NO SE REALIZA PEC:
NOTA FINAL = NOTA PRUEBA PRESENCIAL
SI SE REALIZA PEC:
Si la calificación en el examen final es superior a 5 o inferior a 4,
NOTA FINAL = NOTA PRUEBA PRESENCIAL.
En caso contrario, cuando la calificación del examen final está entre 4 y 5, se podrá obtener un 5 si la suma de ambas notas es 5 o superior valorando la PEC sobre 1 punto:
NOTA FINAL = MINIMO(5, NOTA PRUEBA PRESENCIAL + NOTA PEC).

La PEC se valorará para obtener Matrícula de honor.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788436280845
Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO I5ª
Autor/es:Fernández Novoa, Jesús ;
Editorial:Editorial UNED

ISBN(13):9788436216677
Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO I4ª
Autor/es:Fernández Novoa, Jesús ;
Editorial:U.N.E.D.

El alumno seguirá la notación del libro en su estudio, pues ésta tiene algunas diferencias de unos libros a otros. La oficial será la del libro base.
La materia de la asignatura "Funciones de una variable II" corresponde a la unidad 3, 4 y 5 del libro básico. En cualquier caso desde integral de riemann hasta las series de potencias inclusive. Véase la programación de los contenidos.
La 4.ª y la 5.ª edición del libro de bibliografía básica son idénticas, por lo que el estudiantado puede utilizar indistintamente cualquiera de ellas para preparar la asignatura.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

"Calculus vol. 1 y 2" (M. Spivak, REVERTÉ) . Es un libro en el que se agrupan los teoremas de forma elegante con muchísimos ejemplos y gráficos que aclaran la teoría. Los problemas tienen varios niveles desde ejercicios hasta problemas más complicados. La exposición es brillante.

"Calculus, suplemento de problemas" (M. Spivak, REVERTÉ) En este libro se resuelven los ejercicios plantedos en el libro anterior.

"Calculus" (T.M. Apostol) Amplio tratado de la teoría de funciones a nivel elemental, con multitud de ejemplos.

"Análisis Matemático" (E. Linés, REVERTÉ) Un libro de enorme profundidad con resultados potentes que superan los contenidos del programa pero que es excelente como libro de consulta, tiene contrajemplos difíciles de encontrar agrupados en otros textos).

"Teoría y Problemas de Cálculo Integral" (Pastor, Varela, CRISSER). Es un libro de problemas con un desarrollo progresivo del cálculo integral, es un libro casi imprescindible para recordar las técnicas de integración y algunas de sus aplicaciones. Además tiene problemas del siguiente curso de funciones.

"Cálculo" (S. Lang, ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA). Libro Teoría con un desarrollo distinto al Texto Base. Es un libro de consulta y ampliación.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

· Curso Virtual. La UNED pone a disposición de los alumnos un curso virtual atendido por profesores en el cual se abren posibilidades como la comunicación casi inmediata con un tutor virtual que resolverá las dudas tanto generales como específicas de la asignatura, la comunicación entre alumnos de la asignatura en el foro de alumnos y además se irán abriendo foros con cuestiones específicas de temas concretos en el que los alumnos podrán intercambiar soluciones, correcciones a otros alumnos y en el que el profesor sólo intervendrá cuando sea necesario para reconducir el debate.

· Página de Trabajo del curso virtual de la asignatura donde hay vídeos, ejercicios resueltos y mucha información sobre el desarrollo esperado del curso.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.