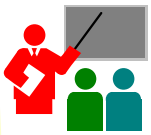
# Control de Sistemas a Través de Redes. (NCS)

## Análisis de estabilidad y diseño de controladores basado en el enfoque Lyapunov-Krasvoskii.

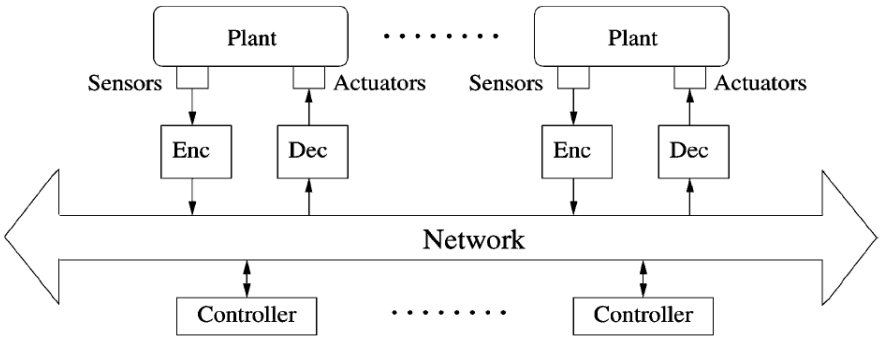
**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**
**Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática**
**Escuela Superior de Ingenieros**



Madrid (Abril 2013)

Francisco Rodríguez Rubio

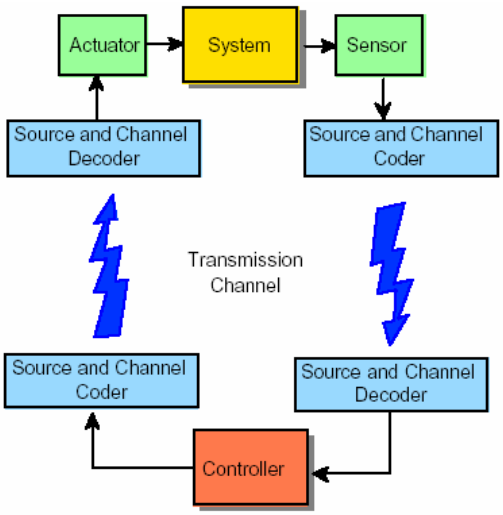
## Sistema NCS típico.




Cuando los sensores y actuadores se comunican con el controlador a través de una red compartida, se necesitan técnicas nuevas para la estimación del estado, el estudio de la estabilidad y la síntesis del controlador.

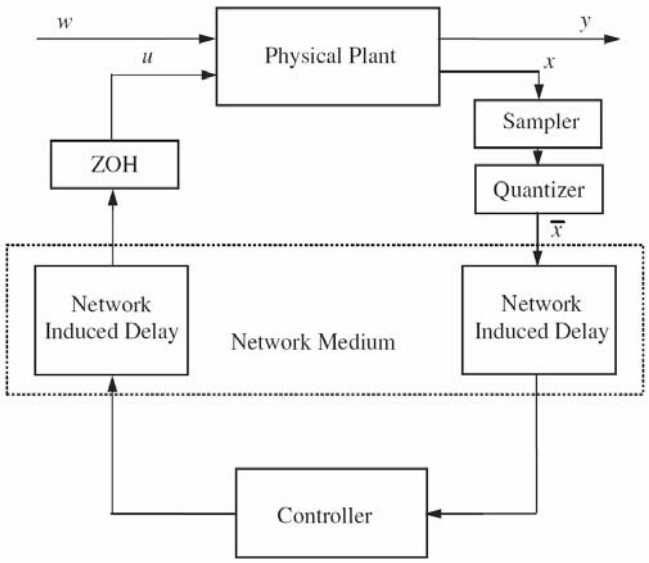
# Planteamiento del Problema

- **Controlador y Sistema con red entre ellos.**
- **Capacidad del canal de comunicación**
- **Tipo de codificación de la información a transmitir.**
- **Tiempo de muestreo del sistema.**
- **Estabilidad del conjunto.**
- **Codiseño conjunto.**



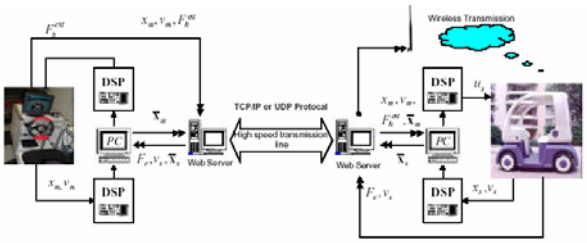



# Sistema NCS típico



# Aplicaciones

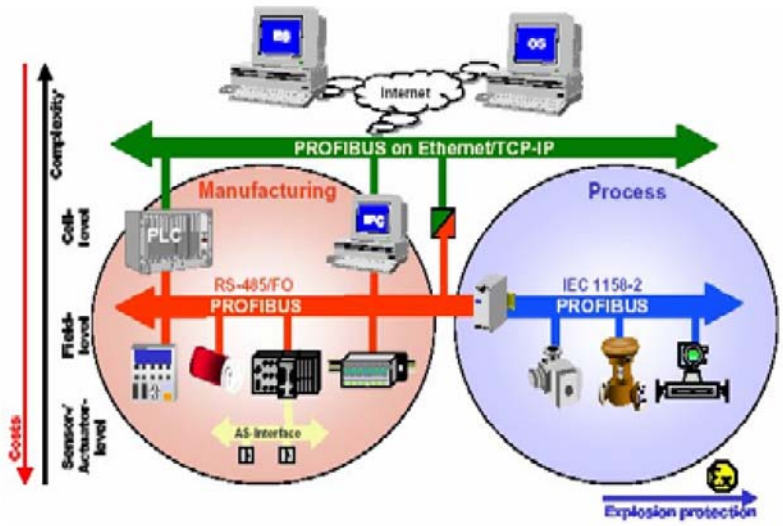
- Teleoperación de Sistemas.
  - Robots móviles, vehículos, AGVs, etc.



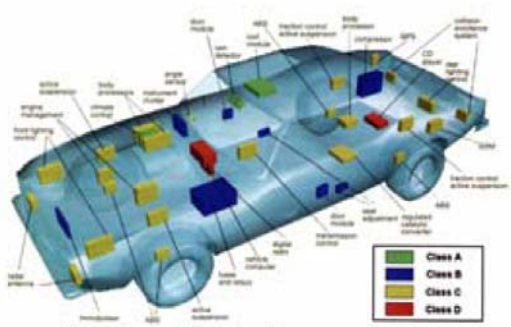
- Control Distribuido.
  - Sistemas con localización de sensores y actuadores distribuida, compartiendo líneas de comunicación. (Buses de campo, redes locales alámbricas e inalámbricas).



# Network in Control Systems



# Controller Area Network



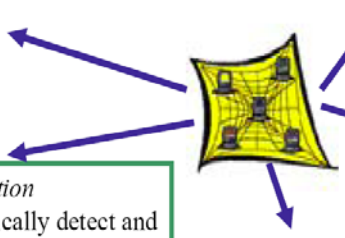

- *CAN (Controller Area Network)*
  - Developed by Bosch in the early 1980s for primary uses in automobiles.
  - The CAN protocol creates a communications path that links all the nodes connected to the bus and enables them to talk to one another.



# ¿ Porqué utilizar redes en los sistemas de control ?

*Reduced implementation cost*
•Save time and cost for wiring

*Modularity*
•Connectivity is achieved through software
•Easy to install

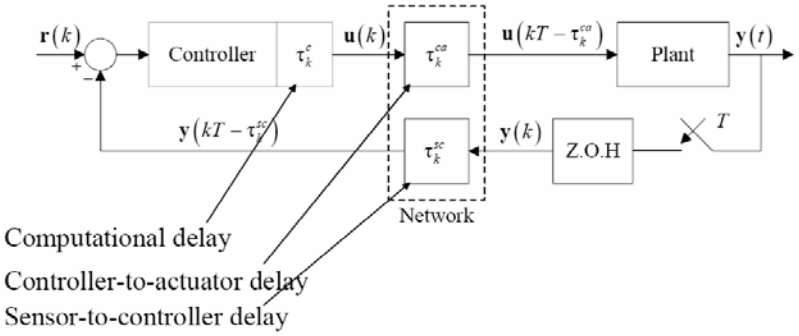


*Easy diagnosis*
•Device status can be accessed remotely via a network

*Self-configuration*
•Automatically detect and configure device connections by software

*Accessibility*
•Can control a remote plant anywhere with (IP) network connection

# Retados en los sistemas de control en red




$$\text{Time skew}: \Delta_k$$

$$\mathbf{y}(t) \quad : \text{Continuous system output}$$

$$\mathbf{r}(k) \triangleq \mathbf{r}(kT) \quad : \text{Discrete reference signal}$$

$$\mathbf{u}(k) \triangleq \mathbf{u}(kT) \quad : \text{Discrete control signal}$$

$$\mathbf{y}(k) \triangleq \mathbf{y}(kT) \quad : \text{Discrete system output}$$



# ¡¡¡¡ Control de Red !!!!

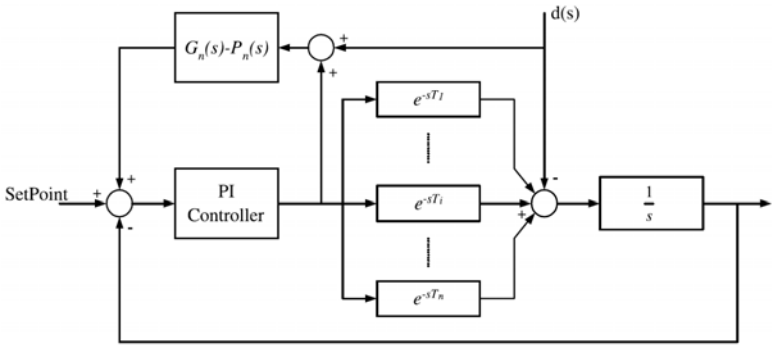
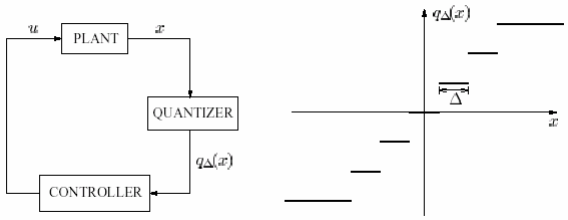



Fig. 12. Smith predictor with feedforward.

- La red puede considerarse como un sistema, normalmente con retardos.
- El control de este tipo de sistemas, se realiza con predictores.

# Transformación - Codificación




- Cuantificación. Una variable necesita ser cuantificada con un número de bits. Puede hacer inestable al sistema.
- Antes de codificar la información, pueden realizarse transformaciones, para conseguir una codificación más reducida, de forma que la información a transmitir sea menor y por ende la capacidad del canal necesario menor.



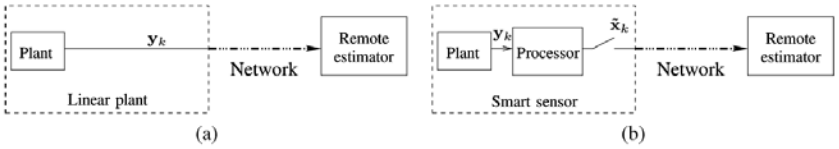
# Temas de actualidad en NCS.

- Estimación del estado.
- Estabilidad del lazo.
- Diseño del controlador.

- Las redes introducen retardos.
- Transmisión de un solo paquete o varios.
- Pérdida de paquetes en la red.

# Estimación remota

- Se asume que se transmiten los valores reales, pero se pierden algunos (packet dropouts)
- Los datos se transmiten tal cual,
- o se procesan antes de ser enviados. Con ello se reduce el número de bits y se hace más robusto el sistema frente a las pérdidas de paquetes.






# Estimación Filtro Kalman (TVKF)

- Planta con ruidos:

$$\mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k,$$
$$\mathbf{y}_k = C\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k,$$

- Filtro:

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|-1} = 0 \qquad \boldsymbol{\theta}_k \in \{0, 1\},$$
$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \boldsymbol{\theta}_k F_k(\mathbf{y}_k - C\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}),$$
$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = A\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$$

- Fk:

$$P_0 = \Sigma \qquad P_k = \mathrm{E}\left[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})'\right],$$
$$F_k = P_k C'(CP_kC' + R_v)^{-1}, \quad \forall k \in \mathbb{N}$$
$$P_{k+1} = AP_kA' + R_w - AF_k(CP_kC' + R_v)F_k'A'.$$

# Consideración de pérdidas

- Se considera que $\theta_k$ es un proceso Bernoulli con probabilidad de perdida igual a $p \in [0,1)$. (Sinopoli y otros).
- Se resuelve un problema de optimización cuasi-convexo.

$$\underline{p} \le p_c \le \bar{p}, \qquad \bar{p} = \frac{1}{(\max\{|\lambda(A)|\})^2}$$

$$\underline{p} = \max\{p \ge 0 : \Psi_p(Y,Z) > 0, 0 \le Y \le I \text{ for some } Y, Z\}$$

$$\Psi_p(Y,Z) = \begin{bmatrix} Y & \sqrt{1-p}(YA+ZC) & \sqrt{p}YA \\ \sqrt{1-p}(A'Y+C'Z') & Y & 0 \\ \sqrt{p}A'Y & 0 & Y \end{bmatrix},$$



# Variantes

- Plantas con múltiples sensores. Utilizar un conjunto de Filtros de Kalman.
- Estimación con cálculo local. Utilizar un filtro de kalman estacionario en el codificador.
- Controlar las comunicaciones. Reducir el tráfico enviando información solo cuando es relevante. No en todos los periodos de muestreo.

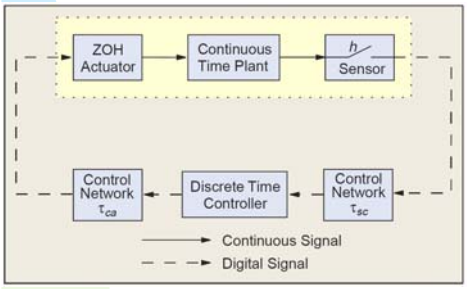
# Estudio de la Estabilidad en NCS

En relación a:

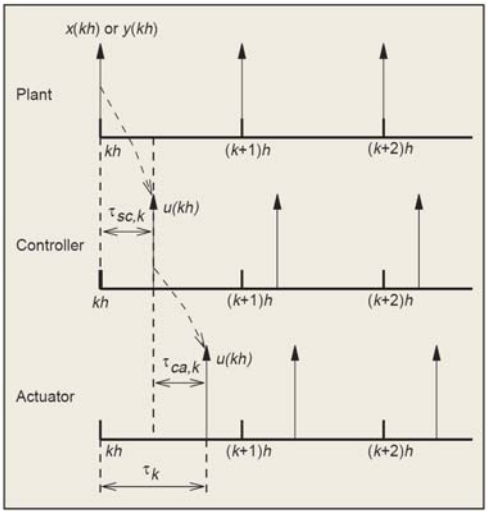
- Tiempo de Muestreo
  - Síncrono o
  - Asíncrono,
- Retardos
  - fijos o
  - variables
- Pérdida de paquetes.



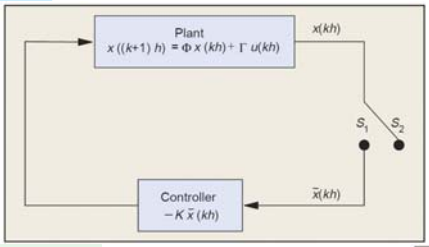
# Modelo NCS con retardo.

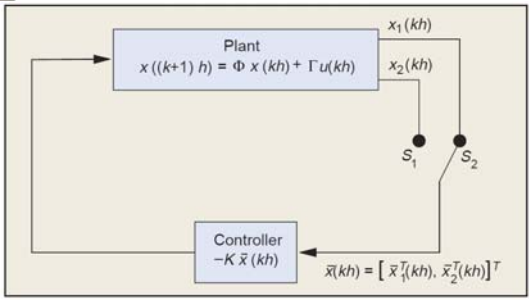



- Estudio de la estabilidad. Regiones de estabilidad.
- Compensación del retardo. Realimentación del estado o de la salida.



# Sistemas con pérdida de paquetes.




- Paquete simple.
- Múltiples paquetes.



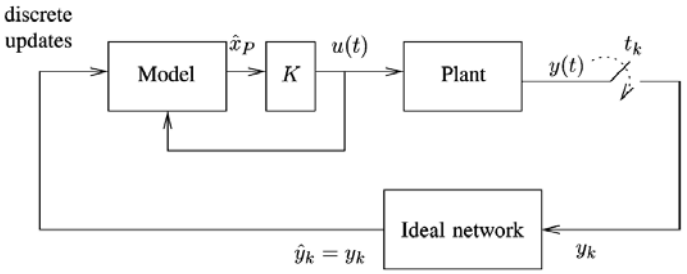
# Sistemas con pérdida de paquetes.

- Forma de modelar la pérdida:

$$\hat{y}_k = \theta_k y_k + (1-\theta_k)\hat{y}_{k-1}$$
$$= \begin{cases} y_k, & \theta_k = 1 \text{ (no packet dropout)} \\ \hat{y}_{k-1}, & \theta_k = 0 \text{ (packet dropout)} \end{cases}$$

- Para el estudio de estabilidad y diseño:
  - Planteamiento determinístico.
  - Planteamiento estocástico.
  - Planteamiento mixto: determinístico con perturbación estocástica.

# NCS Basado en Modelo

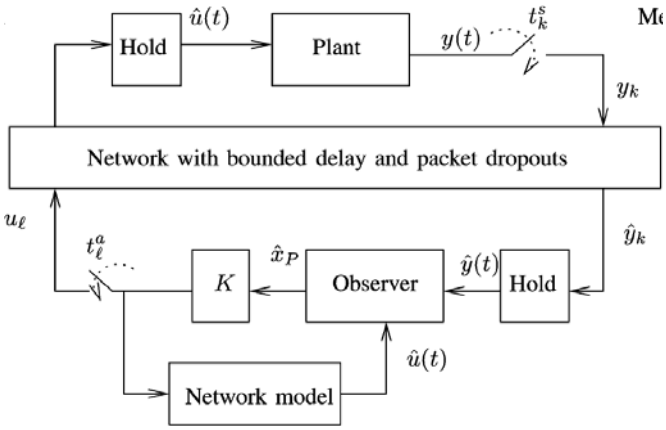



- Planta: $\dot{x}_P = A_P x_P + B_P u, \quad y = x_P$
- Modelo: $\dot{\hat{x}}_P = \hat{A}_P \hat{x}_P + \hat{B}_P u$
- Actualización: $\hat{x}_P(t_k) = y(t_k) = x_P(t_k),$
- Controlador: $u = K\hat{x}_P$



# NCS basado en observador

- Igual al caso anterior, pero con la estructura de un observador del estado, en vez de un modelo.




$$\dot{\hat{x}}_P(t) = A_P\hat{x}_P(t) + B_P\hat{u}(t) + L\left(\hat{y}(t) - C_P\hat{x}_P\left(t_k^s\right)\right),$$

# Metodologías de control NCS.

- Modelo determinístico discreto aumentado.
- Basado en colas.
- Control óptimo estocástico.
- Control de Perturbación.
- Ajuste por tabla del Tiempo de Muestreo.
- Control Robusto.
- Control Borroso.
- Control basado en eventos.
- Control Adaptativo.

**Y. Tipsuwan, M.Y. Chow, *Control methodologies in networked control systems*. Control Engineering Practice 11, 1099–1111, 2003.**



# Referencias


- **J.P. Hespanha, P. Naghshtabrizi, and Y. Xu, *A Survey of Recent Results in Networked Control Systems* Proceedings of the IEEE, Vol. 95, No. 1, January 2007.**
- **C. Canudas-de-Wit, F. Gómez-Estern, and F.R. Rubio, *Delta-Modulation Coding Redesign for Feedback Controlled Systems.* IEEE Trans. on Industrial Electronic. Vol. 56-7, pp 2684-2696, 2009.**
- **F. Gómez-Estern, C. Canudas-de-Wit, and F.R. Rubio. *Adaptive Delta Modulation in Networked Controlled Systems with Bounded Disturbances.* IEEE Trans. on Automatic Control. Vol. 56-1, pp 129-134, 2011.**
- **R.M. Murray et al. *Control in an Information Rich World. Report of the Panel on Future Directions in Control, Dynamics, and Systems.* IEEE Control Systems Magazine, pp 29-33, April, 2003.**
- **Y. Tipsuwan, M.Y. Chow, *Control methodologies in networked control systems*. Control Engineering Practice 11, 1099–1111, 2003.**
- **W. Zhang, M.S. Branicky, and S.M. Phillips, *Stability of Networked Control Systems*. IEEE Control Systems Magazine, pp 84,99, February, 2001.**
- **L. Orihuela, P. Millan, C. Vivas and F.R. Rubio. *Robust Stability of Nonlinear Networked Control Systems with Interval Time-Varying Delay.* International Journal of Robust and Nonlinear Control. Vol. 21-7, pp 709-724, 2011.**
- **M. Lopez-Martinez, J.M.D. Cano and F.R. Rubio. *Asynchronous Networked Control of Linear Systems via L2-gain-based Transformations: Analysis and Synthesis.* IET Control Theory \& Applications. Vol. 5-4, pp 647-654, 2011.**
- **P. Millán, L. Orihuela, G. Bejarano, C. Vivas, T. Alamo and F.R. Rubio. *Design and Application of Suboptimal Mixed H2/Hinfty Controllers for Networked Control Systems*. IEEE Transactions on Control Systems Technology. Vol. 20-4 , pp 1057-1065, 2012.**

# Proyectos Grupo

- Control y Análisis de Sistemas a Través de Redes de Comunicación. (COYAR).

  DPI2007-64697. 1-Octubre-2007 a 2-Agosto-2010.

- Control Realimentado de Sistemas Integrados en Redes Inalámbricas. (CONRED).

  DPI2010-19154. 1-Enero-2011 a 31-Diciembre-2013.

- Feedback design for wireless networked systems. (FeedNetBack).

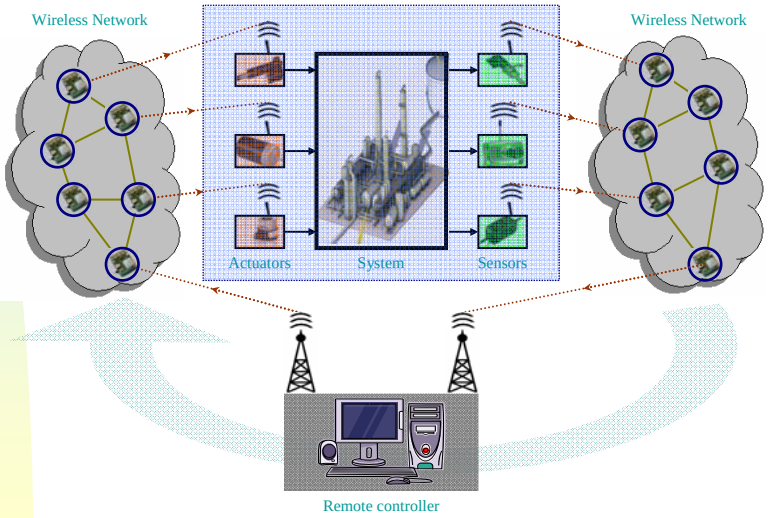
  Proyecto Europeo STREP. FP7-ICT-2007-2.
  1-Septiembre-2008 a 31-Enero-2012.



# Objetivos.

- Control de Red. Aplicación de las técnicas de control clásico para la prevención de la congestión en redes de alta velocidad como ATM, atendiendo el problema de reparto de ancho de banda disponible de forma equitativa.
- Desarrollo de un modelo completo de un sistema de control a través de redes para simular todos los componentes designados para la transmisión y testear los nuevos de control/comunicación.
- Aplicación de las metodologías de control robusto en el contexto de Sistemas Controlados a Través de Redes.
- Estudio de la influencia de la cuantificación y codificación-descodificación de la información a transmitir por el canal de comunicaciones en los sistemas de control.
- Adaptación a control a través de red, de dos plataformas disponibles en nuestros laboratorios y ensayo de las técnicas de control desarrolladas en las mismas.

# FeedNetBack. Objectives.



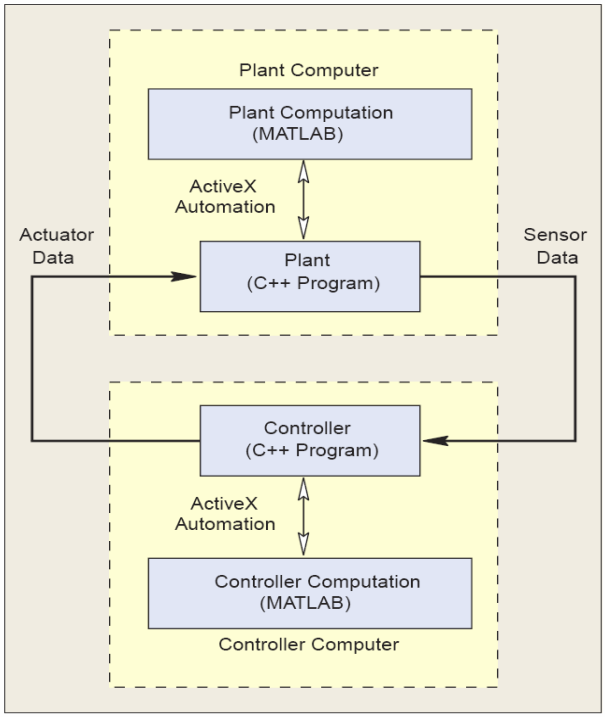



# FeedNetBack. Tasks.

- Information losses/delay compensation in NCS
  - Bit error compensation (FEC)
  - Packet dropout effects
  - Quantizers for minimization of performance criteria.
  - Time-varying delay compensation through Network Observers
- Coding and Modulation techniques in NCS
  - Extensions of Delta-Modulation techniques in NCS
  - Adaptive coding through Network Observers
- Observers in NCS
  - Network observers (Delays)
  - Network observers (Bit-errors & Packet dropouts)
  - Joint Plant-Network observers
- Robust/Adaptive control methodologies for NCS
  - Hinfty Control
  - Adaptive control through Network Observers
- Channel Access Techniques in NCS
  - Multiple Sensors/Actuators Networked Controlled Systems
  - Scheduling and Capacity Reservation in NCS

# Sistema

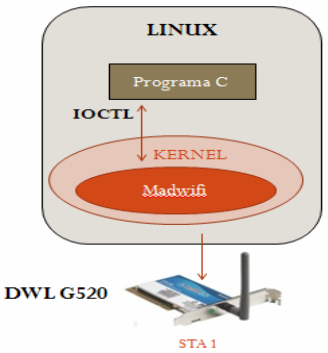
- Simulación realista de planta con controlador en computadores diferentes.
- **W. Zhang, M.S. Branicky, and S.M. Phillips, *Stability of Networked Control Systems*. IEEE Control Systems Magazine, pp 84,99, February, 2001**





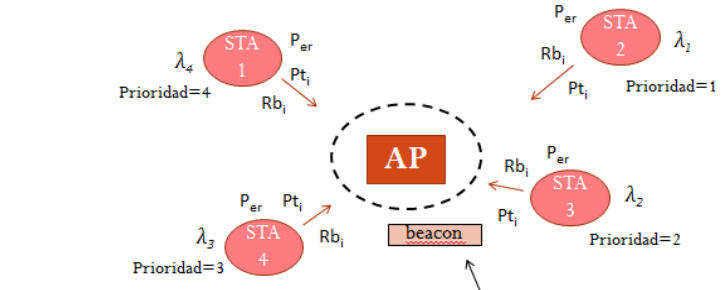

# Plataforma de simulación

- Desarrollo de una plataforma real de pruebas WIFI 802.11. Análisis de fiabilidad y estabilidad. Cualquier algoritmo, cambios de parámetros, análisis de escenarios, etc. puede ser configurado en la plataforma realizada y monitorizar los resultados.



# Eficiencia energética

- **Eficiencia energética**: minimizar el consumo de energía empleada en transmitir un bit
- Lógica centralizada:



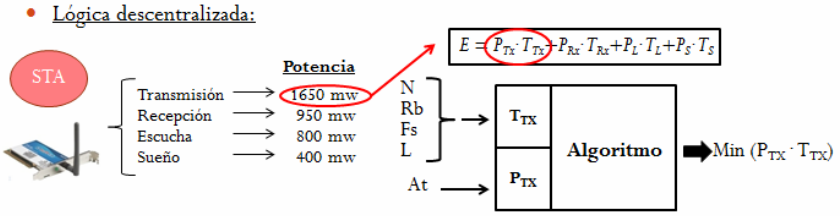

$Min(\xi = f(\lambda i, P_{er-i}, Rb_i, Pt_i, \ldots))$
$\lambda i > \lambda min$
$\lambda_T = \Sigma(\lambda i \cdot i)$
→ Algt. genético → $\lambda i$: *caudales que minimizan el consumo energético*

*(En la siguiente fase del proyecto)*



# Eficiencia energética

- Lógica descentralizada:



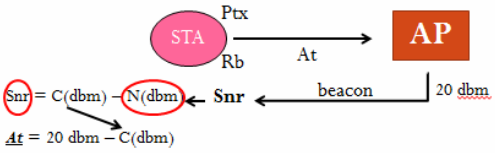

- N = 0: El valor típico del número de reintentos en el estándar 802.11g es 12.
  Menos tiempo de transmisión. Menos robusto. Las perdidas serán consideradas
- Fs: No se crearán más paquetes que los que son solicitados
  *Fs = 1 / Tm (seg).* *Tm (seg) = 1 / Paq_a_transmitir*
  *Paq_a_transmitir = (caudal_objetivo / L) + paq_perdidos.*
- Rb: $T_{TX} = P_f + L/Rb\text{-}i$ Si L >> Ahorro de hasta 64% (2-5.5 Mbps) o 10% (5.5 a 6 Mbps)
  Si L << Ahorro se diluye por la cabecera

$T_{TX\text{-}i} = P_{f\text{-}i} + [L/Rb_0, L/Rb_1, \ldots, L/Rb_{11}]$ *Donde $Rb_0$ = 1 Mbps, $Rb_1$ = 2 Mbps,... $Rb_{11}$ = 54 Mbps.*

# Eficiencia energética

- Potencia transmisión:

- At:




| Rb | Sensibilidad |
|---|---|
| 54 Mbps | -68 dbm |
| 48 Mbps | -68 dbm |
| 36 Mbps | -75 dbm |
| 24 Mbps | -79 dbm |
| 18 Mbps | -82 dbm |
| 12 Mbps | -84 dbm |
| 11 Mbps | -82 dbm |
| 9 Mbps | -87 dbm |
| 6 Mbps | -88 dbm |
| 5.5 Mbps | -85 dbm |
| 2 Mbps | -86 dbm |
| 1 Mbps | -89 dbm |

$P_{TX\text{-}i} = [A+S_0, A+S_1, \ldots, A+S_{11}]$ (Los elementos no incluidos en [0-20dbm] no se tomarán en cuenta.)

$P_{TTX\text{-}i}(mw) = 1650 - H(P_{TX\text{-}i})$ con i= 0, …, 11. ($H(P_{TX\text{-}i})$: Ahorro que supone $P_{TX\text{-}i}$.)

$Min\ (P_{TTx\text{-}i} \cdot T_{Tx\text{-}i} \cdot Pq_{Tx} + Pq_{Tx} \cdot (P_{Rx} \cdot T_{Rx} + P_L \cdot T_L + P_S \cdot T_S))\ para\ i = 0 \ldots 11$ → Solución i: mínima energía

Min $\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \ldots \\ E_i \\ \ldots \\ E_{11} \end{bmatrix}$

$P_{TX\text{-}i} = [P_{TX\text{-}0}, P_{TX\text{-}1}, \ldots, P_{TX\text{-}i}, \ldots, P_{TX\text{-}11}]$

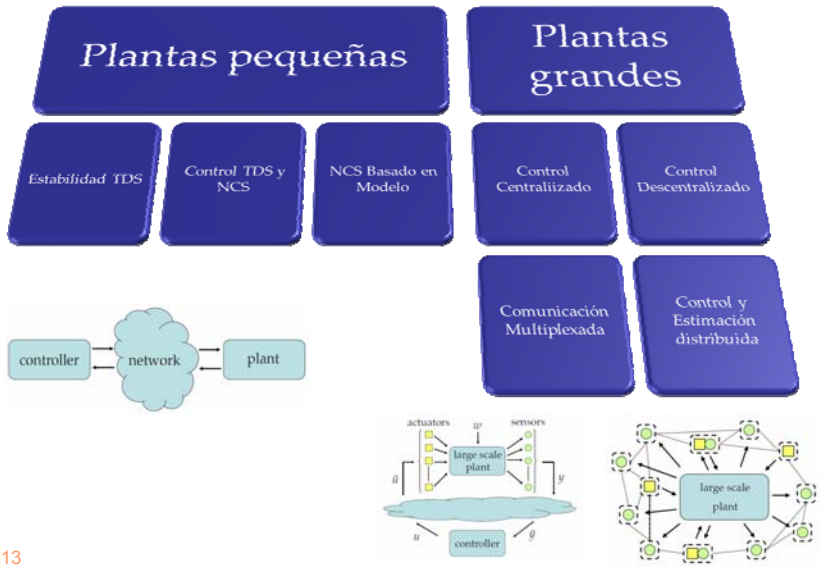
$T_{TX\text{-}i} = [T_{TX\text{-}0}, T_{TX\text{-}1}, \ldots, T_{TX\text{-}i}, \ldots, T_{TX\text{-}11}]$

Rb

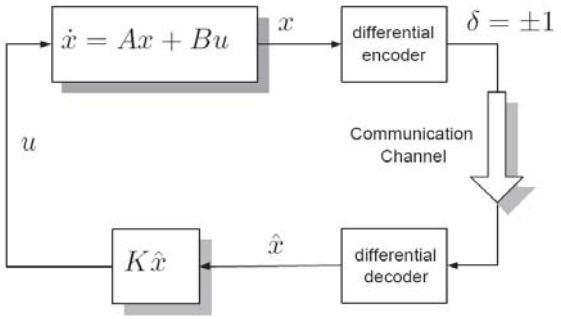
Cada $T_{STA}$:
- Actualiza At, $P_{TX\text{-}i}$, $P_{TTX\text{-}i}$
- Calcula el Ei menor.
- Extrae la $P_{TX\text{-}i}$ y $Rb_i$.
- Fijan en Madwifi.



# Trabajos realizados por nuestro grupo



# Codificación diferencial.




- Propuesta de una versión modificada de la Modulación-Delta, que se utiliza en la transmisión de voz.
- Estudio de la estabilidad, para el caso sin retardo y sin pérdida de paquetes.

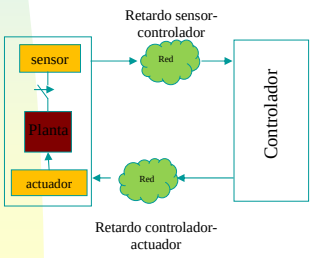
Abril, 2013

# Mejora de la estabilidad de NCS bajo restricciones de red

**Descripción del problema**

•Desarrollo de herramientas mejoradas para análisis y diseño de controladores NCS robustos con rechazo de perturbaciones.

•Consideración de limitaciones de Canal: Pérdidas de paquetes y retardos variables en los enlaces sensor-controlador y controlador- actuador.




**Herramientas:**

•Empleo de funcionales de Lyapunov-Krasovskii para analizar la estabilidad de sistemas con retardos.

•Solución eficiente fuera de línea mediante LMIs .

•Maximum allowable delay bound (MADB) como indicador del grado de mejora.

**Elementos clave/ Contribuciones**

Solución menos conservadora debido a :

•Cobertura politópica del intervalo de retardos.

•Subdivisión del intervalo de retardos para una estimación más ajustada del MADB.

•Se incrementa MADB (equiv. se reduce el acceso medio a canal) hasta un 15% para una aplicación típica.

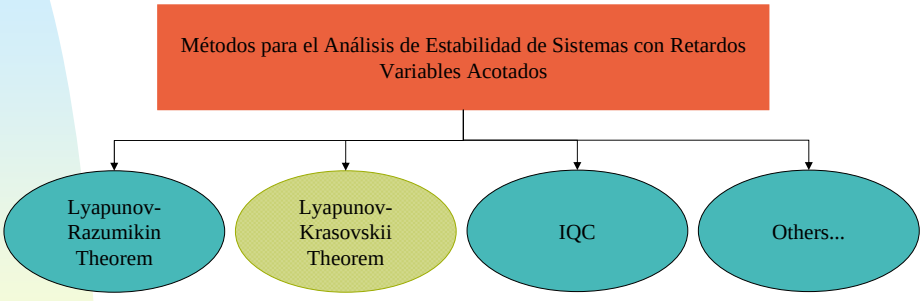
Abril, 2013

# Análisis de Estabilidad para Sistemas con Retardos Acotados

- La estabilidad debe ser siempre el primer requisito que debe garantizarse en todos los lazos de control. Incluso en sistemas lineales, cuando están afectados por retardos, el estudio de la estabilidad no es un problema trivial.
- En NCS aparecen diferentes retardos.
- Los retardos degradan el sistema o pueden hacerlo inestable.
- El análisis de estabilidad puede dar un método para el diseño de los controladores.
- El principal problema del análisis de estabilidad: conservadurismo.



# Análisis de Estabilidad para Sistemas con Retardos Acotados



# Análisis de Estabilidad para Sistemas con Retardos Acotados

## Descripción del sistema

$$\dot{x}(t) = [A+\Delta A(t)]x(t)+[B+\Delta B(t)]x(t-\tau(t)), \quad \Delta A(t) = G_1F_1(t)E_1, \quad \Delta B(t) = G_2F_2(t)E_2, \quad \tau_m \le \tau(t) \le \tau_M, \quad \dot{\tau}(t) \le \mu$$
$$x(t) = \phi(t), \quad t \in [-\tau_M, 0],$$

Sistema | Incertidumbres | Retardos

## Funcional de Lyapunov-Krasovskii

$$V(t) = x^T(t)Px(t)+\int_{t-\tau_m}^{t} x^T(s)Q_1x(s)ds+\int_{t-\tau_M}^{t} x^T(s)Q_2x(s)ds+\int_{t-\bar{\tau}}^{t} x^T(s)Q_3x(s)ds$$
$$+\int_{t-\tau(t)}^{t} x^T(s)Q_4x(s)ds+\int_{-\tau_M}^{0}\int_{t+\theta}^{t} \dot{x}^T(s)Z_1\dot{x}(s)dsd\theta+\int_{-\tau_M}^{-\tau_m}\int_{t+\theta}^{t} \dot{x}^T(s)Z_2\dot{x}(s)dsd\theta$$

## Metodología y principales ideas

1. Plantear el funcional de Lyapunov-Krasovskii.

2. Encontrar una matriz $\Omega(\zeta(t))$ y un vector de estado aumentado $\varepsilon(t)$ tal que $dV(t)/dt < \varepsilon'(t)\Omega(\zeta(t))\,\varepsilon(t)$.

3. Dividir la región del retardo en dos regiones, tratar $\zeta(t)$ como un politopo unidimensional e imponer $\Omega(\zeta(t)) < 0$ en las dos regiones que tienen los valores extremos del retardo en cada zona.

Abril, 2013

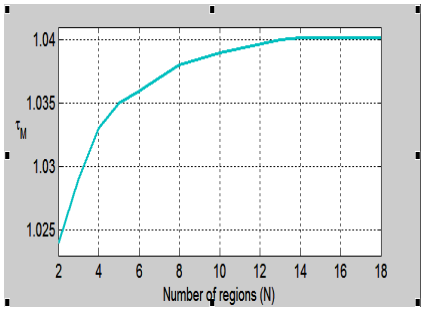
# Análisis de Estabilidad para Sistemas con Retardos Acotados

## Caso de Estudio

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2+\delta_1 & 0 \\ 0 & -1+\delta_2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1+\gamma_1 & 0 \\ -1 & -1+\gamma_2 \end{bmatrix} x(t-\tau(t))$$

where $|\delta_1| \le 1.6$, $|\delta_2| \le 0.05$, $|\gamma_1| \le 0.1$, $|\gamma_2| \le 0.3$

| Method | $\zeta_M$ |
|---|---|
| Fridman et al. 2003 | 0.769 |
| Jiang et al. 2006 | 0.865 |
| Jiang et al. 2008 | 0.944 |
| Theorem 1.4.1 | 1.16 |




Abril, 2013

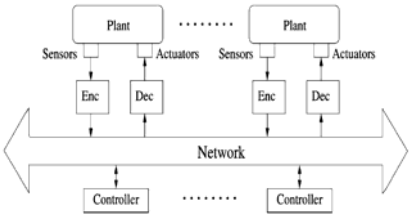
# Control Robusto $H_\infty$ para Sistemas Controlados en red

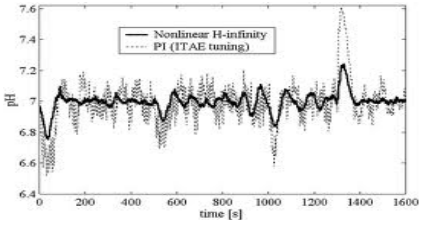
## OBJETIVOS

- De la estabilidad al diseño del controlador.
- Propiedades de los controladores deseados :
  - Proporcionar estabilización asintótica.
  - Hacer frente a los retrasos que varían con el tiempo y las pérdidas.
  - Tolerar la incertidumbre en el modelo del sistema.
  - Propiedades de atenuación de perturbaciones.

## METODOLOGIA

- Enfoque de retardo de entrada para modelar los sistemas discretos sujetos a retardos y pérdidas de datos como sistemas continuos.
- Explotar los métodos de análisis de sistemas con retardo de tiempo sobre la base de funcionales Lyapunov-Krasovskii y desigualdades lineales matriciales.
- Uso del algoritmo de cono-complementario para evitar conservadurismo.



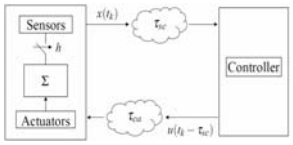






# Control Robusto $H_\infty$ para Sistemas Controlados en red

Sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= [A+\Delta A(t)]x(t)+[B+\Delta B(t)]u(t)+B_\omega\omega(t),\\ z(t) &= Cx(t)+Du(t),\end{aligned}$$




+

Ley de control

+

Hipótesis

Hipótesis 1: Sensores muestreados por reloj. Controlador&actuador por eventos. Actuador ZOH

Hipótesis 2: Retardo de ida y vuelta acotado: $\underline{\tau}_{sa} \le \tau_{sa}(k) \le \overline{\tau}_{sa}$ $\Rightarrow$ $\tau(t) \ge \underline{\tau}_{sa} = \tau_m$, $\tau(t) \le (1+n_p)h+\overline{\tau}_{sa} = \tau_M$

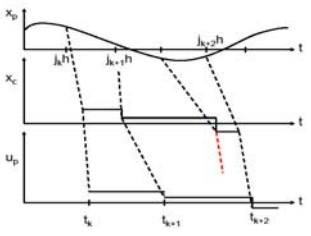
Hipótesis 3: Numero de paquetes perdidos consecutivos: $n_p$

+

Muestreo

$$t = j_k h \;/\; \{j_1, j_2, j_3, \ldots\} \subseteq \{1,2,3,\ldots\} \longrightarrow t \in [t_k, t_{k+1})$$

$$\begin{aligned}u(t) &= Kx(t_k-\tau_{sc}(k)-\tau_{ca}(k)),\ \tau(t) = t-t_k+\tau_{sc}(k)+\tau_{ca}(k)\\ \dot{x}(t) &= [A+\Delta A(t)]x(t)+[B+\Delta B(t)]Kx(t-\tau(t))+B_\omega\omega(t),\\ z(t) &= Cx(t)+DKx(t-\tau(t)),\quad \forall t\in[t_k,t_{k+1}),\end{aligned}$$



# Control Robusto $H_\infty$ para Sistemas Controlados en red

**Theorem 1.3.5.** *Given scalars $\tau_m, \tau_M, \gamma$ and $\varepsilon > 0$, if there exist matrices $X, \tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2, \tilde{Z}_1, \tilde{Z}_2 > 0$, any matrices $Y, \tilde{N}_i, \tilde{M}_i, \tilde{S}_i$, $(i = 1, 2)$ of appropriate dimensions and scalars $e_1, e_2 > 0$ such that the nonlinear matrix inequality (1.20) satisfies for the two vertices of $\tau(t)$, given by (1.11)-(1.12), then, under the controller $u(t) = Kx(t)$, with $K = YX^{-1}$, system (1.7)-(1.9) with a control network satisfying Assumptions 1-3 is robustly asymptotically stable with an $H_\infty$ norm bound $\gamma$.*

$$
\begin{bmatrix}
\tilde{\Gamma} & (\tau(t)+\varepsilon)\tilde{N} & (\tau(t)+\varepsilon-\tau_m)\tilde{M} & (\tau_M+\varepsilon-\tau(t))\tilde{S} & \tau_M\tilde{\Lambda} & \Delta\tau\tilde{\Lambda} & \tilde{C} & \tilde{G}_1 & \tilde{E}_1 & \tilde{G}_2 & \tilde{E}_2 \\
* & -(\tau(t)+\varepsilon)\tilde{Z}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & -(\tau(t)+\varepsilon-\tau_m)Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & -(\tau_M+\varepsilon-\tau(t))(\tilde{Z}_1+\tilde{Z}_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -\tau_M X Z_1^{-1} X & 0 & 0 & \mu_1 G_1 & 0 & \mu_2 G_2 & 0 \\
* & * & * & * & * & -\Delta\tau X Z_2^{-1} X & 0 & \mu_1 G_1 & 0 & \mu_2 G_2 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & -\mu_1 I & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & * & -\mu_1 I & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & * & * & -\mu_2 I & 0 \\
* & * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\mu_2 I
\end{bmatrix} < 0,
$$

Nonlinearity:

Cone-complementary algorithm

$$
\text{Minimize } \mathbf{Tr}\left(\bar{X}X + \bar{T}_1 T_1 + \bar{T}_2 T_2 + \bar{Z}_1 \tilde{Z}_1 + \bar{Z}_2 \tilde{Z}_2\right) \text{ subject to}
$$

$$
\begin{cases}
\tilde{\Lambda} < 0, \quad \begin{bmatrix} -\bar{T}_1 & \bar{X} \\ \bar{X} & -\bar{Z}_1 \end{bmatrix} \le 0, \quad \begin{bmatrix} -\bar{T}_2 & \bar{X} \\ \bar{X} & -\bar{Z}_2 \end{bmatrix} \le 0. \\
\begin{bmatrix} X & I \\ I & \bar{X} \end{bmatrix} \ge 0, \quad \begin{bmatrix} T_1 & I \\ I & \bar{T}_1 \end{bmatrix} \ge 0, \quad \begin{bmatrix} T_2 & I \\ I & \bar{T}_2 \end{bmatrix} \ge 0,
\end{cases}
$$

Abril, 2013

# Control Robusto $H_\infty$ para Sistemas Controlados en red

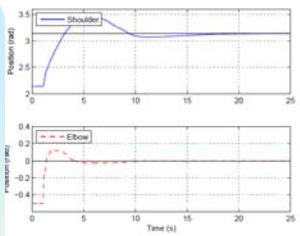



Figure 8: Position

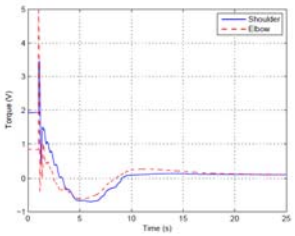
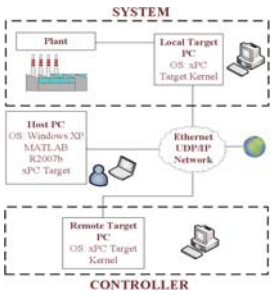



Figure 9: Torque



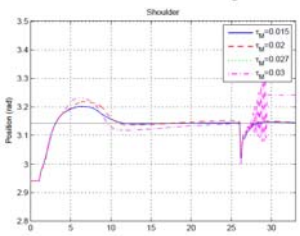



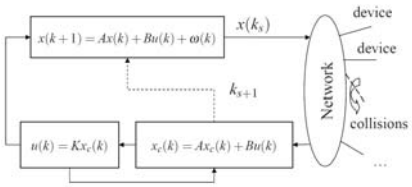

Figure 12: Effects of the delay

Abril, 2013

# Self-triggered sampling selection based on quadratic programming

**SCENARIO:** Shared network in sensors-to-controllers paths

LTI plant.
Norm-bounded disturbances.
Knowledge of pairs (K,V).
Model-based controller.
Sampling times solving QP optimization problems.




**PROBLEM FORMULATION:**

System dynamics

$$x(k+1)=Ax(k)+Bu(k)+\omega(k)$$
$$\mathscr{W}=\{\omega\in\mathbb{R}^n:\|\omega(k)\|_\infty\le\gamma,\ \gamma>0\}$$

Model-based controller

$$x_c(k+1)=Ax_c(k)+Bu(k),$$
$$x_c(k_s)=x(k_s),\quad s=0,1,2...$$
$$u(k)=Kx_c(k),$$

**Objective:** we present a method to decide the next sampling instant ks+1 based on the system model, the controller gain K, the Lyapunov function V and the latest state measurement x(ks) in order to minimize the access to the network while guaranteing closed-loop practical stability.

# Self-triggered sampling selection based on quadratic programming

**SCENARIO:** Shared network in sensors-to-controllers paths

**Lyapunov function**

$$\Delta V(k_s,k_s+j)=\delta^T(k_s+j)P\delta(k_s+j)+2x_c^T(k_s+j)P\delta(k_s+j)+x_c^T(k_s+j)Px_c(k_s+j)-x_c^T(k_s)Px_c(k_s).$$

Model error: $\delta(k)\triangleq x(k)-x_c(k)$

**Optimization**

$$\max\ k_{s+1}$$
subject to:
$$\Delta V(k_s,k_s+j)\le 0,\ \forall j\in\mathbb{N}:\{k_s+j<k_{s+1}\}$$
$$\forall\omega(k_s+i),\ i=0,...,j-1$$

**Algorithm to select the next sampling instant**

(1) Set $j=1$.
(2) Solve the problem

$$\min_{\delta}\ -\Delta V(k_s,k_s+j) \qquad (17)$$
subject to:
$$\|\delta\|_\infty<\gamma\sum_{i=1}^{j}\|A^{i-1}\|_\infty.$$

(3) If $\Delta V(k_s,k_s+j)\le 0$, increase $j=j+1$ and go to Step 2. Otherwise, choose $k_{s+1}=k_s+j$.

**Key problem**

The optimization problem in the algorithm to select the next sampling time can be stated as a multiparametric quadratic programming (mpQP) problem, for which the explicit solution can be obtained. The parameter is:

$$\theta(k_s,j)=\begin{bmatrix}x_c(k_s+j)\\ \sum_{i=1}^{j}\|A^{i-1}\|_\infty\end{bmatrix}$$

## Self-triggered sampling selection based on quadratic programming

**NUMERICAL EXAMPLE**

**System, Lyaunov function and Controller.**

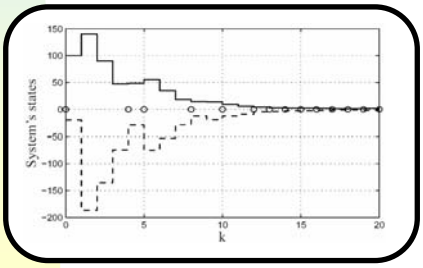
$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 2.72 & 2.70 \\ 0 & 2.69 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1.7 \end{bmatrix} u(k) + \omega(k)$$

$$P = 10^6 \begin{bmatrix} 1.67 & 0.67 \\ 0.67 & 0.60 \end{bmatrix}$$

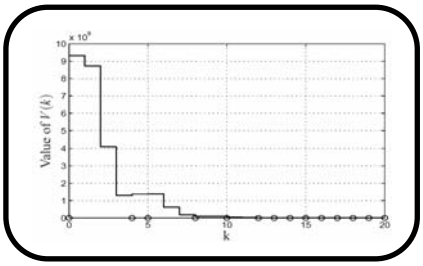
$$K = [-1.1868 \ \ -2.0415]$$

$$\|\omega(k)\|_\infty \leq 1$$

**System response and sampling instants.**




**Evolution of the Lyapunov function.**




## Networked Predictive Control of Systems with Data Dropouts

Objective:

Design a predictive control scheme (MPC) for linear NCS focusing on the sensor/actuator vs. controller information interchange policy.

Systems of the form

$$x(k+1) = Ax(k) + B_1 u(k) + B_2 \omega(k)$$

$$u(k) \in \mathbb{U} \subseteq \mathbb{R}^{p_1}, \quad x(k) \in \mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}^{p_2}, \quad \forall k \in \mathbb{N}_0$$

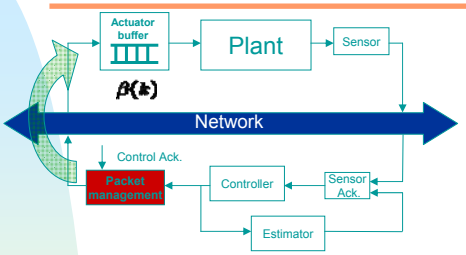
$$\omega(k) \in \mathbb{W}, \quad \mathbb{W} = \{x \in \mathbb{R}^{p_2} / \|x\| < \delta\}$$

Network

- Clock-driven Ethernet-like protocols:
  - Time-driven sensors periodically sample plant outputs
  - A time-driven predictive controller computes a control sequence at each sampling time.
  - A time-driven buffered actuator applies control signals at each sampling time.
  - Network is affected by dropouts at any point.
  - Delayed packets are taken as dropouts.

## Networked Predictive Control of Systems with Data Dropouts

# Control structure




Further Refinement: Network load alleviation

- A whole control sequence is sent a every sampling time ($N_u$ controls)
- Decreasing network access is major concern:
  - Energy saving
  - Bandwidth optimization
  - Congestion improvement

Procedure (Packet management)

"Compare controller sequence with that in the buffer. Only components differing more than a certain threshold are packed and sent"

Packets are trimmed to the last $N_T$ components

$$N_T = N_u - \arg \min_{j \in \{1,\dots,N_u\}} \|U_j(k) - \beta_j(k)\| > \epsilon$$

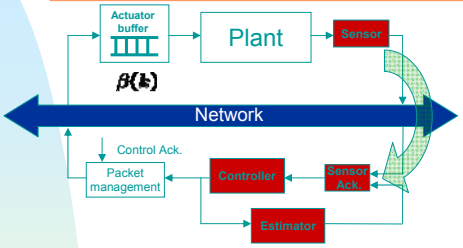
Modified Buffer dynamics:

$$\beta(k) = \alpha_c(k)\left[\beta_1^T(k-1),\dots,\beta_{N_u-N_T}^T(k-1),(U_1^*(k))^T,\dots,(U_{N_T}^*(k))^T\right]^T + (1-\alpha_c(k))S\beta(k-1)$$

Mayo, 2012

## Networked Predictive Control of Systems with Data Dropouts

# Control structure




Additionally, Packets can be dropped in the sensor-to-actuator path

- Packet reception acknowledgment can be obtained from packet time stamps

Procedure (state estimation)

"An open loop estimator computes plant outputs in case packets are dropped"

Estimator dynamics

$$\hat{x}(k+1) = \alpha_e(k)x(k) + (1-\alpha_e(k))f(\hat{x}(k),u(k))$$

- The estimator initial state resets with every new incoming packet
- The controller is fed with measured plant outputs or estimated outputs depending on packet arrival

Abril 2013

## Networked Predictive Control of Systems with Data Dropouts

# Stability

Stability of the proposed control structure can be ensured.

Key issues:

- Let $u(k)$ and $u_c(k)$ be respectively the computed and applied control actions.
  - The plant is controlled from "real" or estimated data depending on packet arrival.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B_1 u(k) + B_1(u_c(k) - u(k)) + B_2 w(k) \\ &= Ax(k) + B_1 u(k) + B_1 \omega_u(k) + B_2 w(k) \qquad (1) \end{aligned}$$

- $\omega_u(k)$ is bounded.
  - As new packets arrive, the buffer and estimator are reset to match the computed sequence.
  - By assumption the number of consecutive network dropouts is limited
  - $\omega_u(k)$ can only grow between valid packets.

- Recalling results in [Mayne 2000] and [Limon 2002]

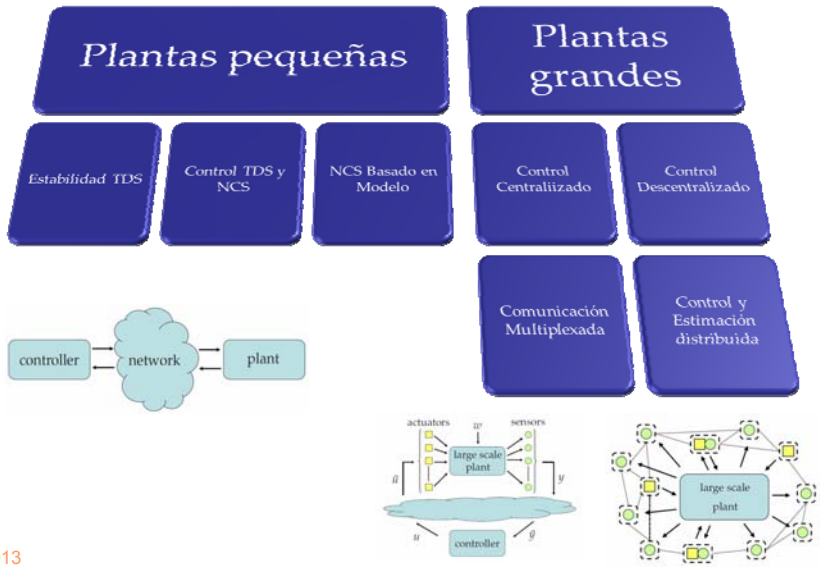
  A1) The unperturbed system (1) can be expressed as $x(k+1) = F(x(k))$ with the origin being a fixed point.

  A2) Let $V(k)$ a Lyapunov function of the system, Lipschitz in a neighborhood of the origin $\Lambda_r = \{x \in \mathbb{R}^n / V(x) \leq r\}$ such that

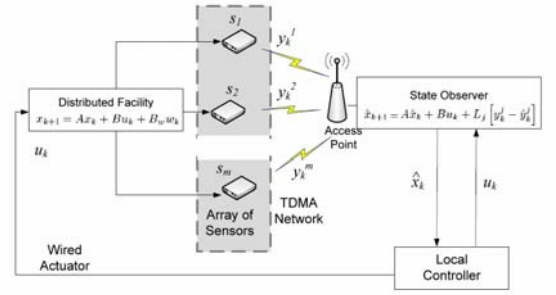
$$a \cdot \|x\|^p \leq V(x) \leq b \cdot \|x\|^p$$
$$V(F(x)) - V(x) \leq -c \cdot \|x\|^p$$



# Trabajos realizados por nuestro grupo



## Control y observación de Sistemas con Sensores multiplexados en tiempo




Buscamos el diseño de observadores parciales periódicos en los que se diseña un patrón fuera de línea, que se repite continuamente para sistemas lineales con restricciones de red:

- Tasa de comunicación bajas, como por ejemplo en aplicaciones bajo agua,
- Consumo de energía,
- Sensores distribuidos.



# Características del modelo

- Sistema

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + B_w w_k, \\ y_k &= Cx_k, \end{aligned}$$

Salida medible para cada observador:

$$y_k^j = E_j C x_k + v_k^j,$$

- Observador

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + Bu_k + L_j\left[y_k^j - \hat{y}_k^j\right], \\ \hat{y}_k &= C\hat{x}_k, \end{aligned}$$

Error Observador:

$$e_k = x_k - \hat{x}_k.$$

- Controlador

$$u_k = K\hat{x}_k,$$

Diferente ganancia de observador para cada salida diferente.

*Definition 1.* A **measurement pattern** $\varphi_N \in \mathbb{R}^N$ is a vector whose components define which output is sent through the network. That is,

$$\varphi_N(i) \equiv \{j : j = 1, ..., m\}, \quad i = 1, ..., N. \qquad (8)$$

Estado aumentado:

$$\xi_k^T = \begin{bmatrix} x_k^T & e_k^T \end{bmatrix}$$

# Diseño del Observador

- **Teorema.** La dinámica del estado aumentado es asintóticamente estable en ausencia de incertidumbres si existe una matriz definida positiva de periodo-*N, Pk* tal que se satisface la siguiente desigualdad matricial,

$$\begin{bmatrix} -P_{k-1}+D^TD & 0 & 0 & A_k^TP_k \\ * & -\gamma^2 I & 0 & W^TP_k \\ * & * & -\gamma^2 I & V_k^TP_k \\ * & * & * & -P_k \end{bmatrix} < 0, \ \forall k \in \{1,...,N\}$$

Nonlinear terms

- donde P0 = PN. La ganancia *H∞* debe ser menor que *γ*.
- Para obtener las condicones LMI, elegir la matriz $P_k = diag\{P_k^1, P_k^2\}$ y definir $Y_k \triangleq P_k^2 L_k$ en los términos nolineales. La matrız de observación puede calcularse como:

$$L_k = (P_k^2)^{-1} Y_k.$$



# Diseño del Patrón

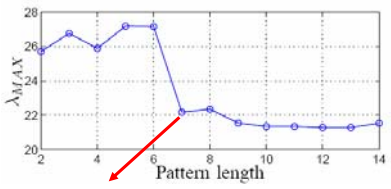
- De todos los posibles patrones, cual estabiliza/observa el sistema ?
- Criterio. Solo los patrones que hacen al sistema observable son interesantes.
- Patrón óptimo: minimizar el indice:

$$J = \sum_{j=0}^{\infty} e_j^T Q e_j \longrightarrow J = e_0^T \left[ \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha_N^T)^j \Phi_N (\alpha_N)^j \right] e_0,$$

- Ejemplo:

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 1.25 & 0 & 0 \\ 1 & 0.1 & 1/6 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1.25 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u_k,$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x_k. \qquad (14)$$




$[1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2]$

# Caso aperiódico

- Formulación de Kalman
- Matriz de covarianza:

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= AP_kA^T + B_wQB_w^T - AP_kC_k^TL_k^T - C_kE_kP_kA^T \\ &+ L_kC_kP_kC_k^TL_k^T + L_kR_kL_k^T \end{aligned}$$

- Deseño de la ganancia del observador que minimiza $tr\{P_{k+1}\}$:

$$L_k^* = AP_kC_k^T\left[C_kP_kC_k^T + R_k\right]^{-1}$$

- Sustituyendo se tiene:

$$P_{k+1} = AP_kA^T + B_wQB_w^T - AP_kC_k^T\left[C_kP_kC_k^T + R_k\right]^{-1}C_kP_kA^T$$

- Escoger la salida a ser enviada:

$$\begin{aligned} C_k^* &= \arg\min\ tr\{P_{k+1}\} \\ &= \arg\max\ tr\left\{AP_kC_k^T\left[C_kP_kC_k^T + R_k\right]^{-1}C_kP_kA^T)\right\} \end{aligned}$$



# Ejemplo numérico caso aperiódico

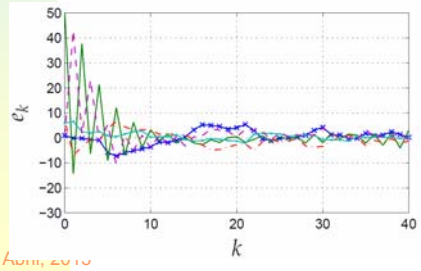
Considerar un sistema descrito por:

$$A = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.5 & 0 & -0.75 & -1.5 & 0.75 & -0.75 \\ -1.1 & 0 & 0 & -1.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.1 & 0 & 0 \\ 1.1 & 0.75 & 0 & 1.1 & 0 & -0.75 \\ -0.75 & 0 & -0.75 & -0.75 & 0 & -0.75 \end{bmatrix}$$

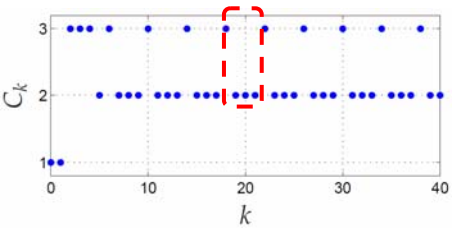
$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} C_1 = [1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0] \\ C_2 = [0\ 1\ 0\ 0\ 1\ -1] \\ C_3 = [0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Q &= 0.35I_{6\times6} \\ R_i &= 1,\ i = 1,2,3 \\ x(0) &= [1\ 50\ 7\ 6\ 1\ 2]^T \\ \hat{x}(0) &= [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T \\ P_0 &= 0.2I_{6\times6} \end{aligned}$$

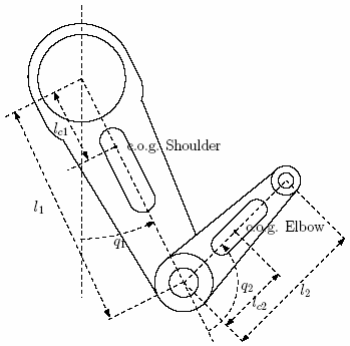
Error de observación:




Salidas enviadas:



# Aplicación Experimental

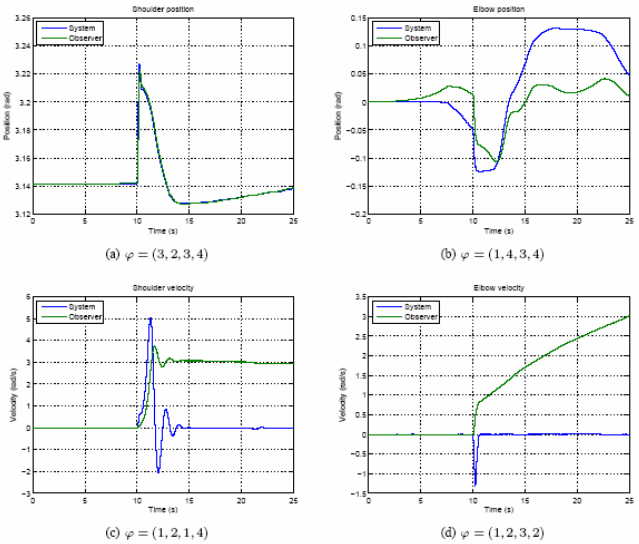





# Descripción de la plataforma

- Software: xPC Target con MATLAB/Simulink.
- Funciones Target PC:
  - Leer la señal de salida de la planta
  - Ejecutar el observador en bucle abierto durante los periodos de observación
  - Aplicar la señal de control a la planta
- El robot se controla entorno al punto de equilibrio inestable superior definido por qe = [pi 0]; _ qe = [0 0]
- Estados del Sistema:
  - y1 ⟶ Posición Hombro (Shoulder)
  - y2 ⟶ Posición Codo (Elbow)
  - y3 ⟶ Velocidad Hombro
  - y4 ⟶ Velocidad Codo
- Experimento: El observador se conmuta (desde el control nolineal) en el punto de equilibrio superior. Entonces, se suma una perturbación en el par en el instante t = 10 segundos.

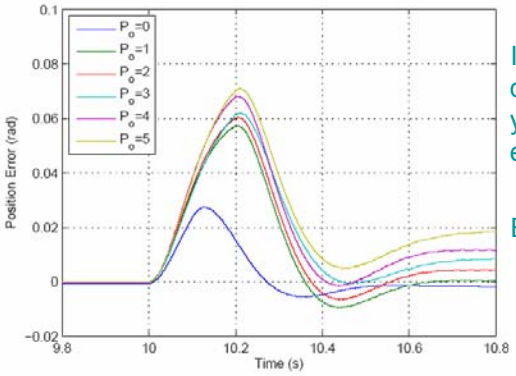
# Resultados Experimentales




Solo se observa la componente del estado correspondiente a la posición del hombro



# Resultados Experimentales




Insertamos un periodo de observación adicional y repetimos el experimento.

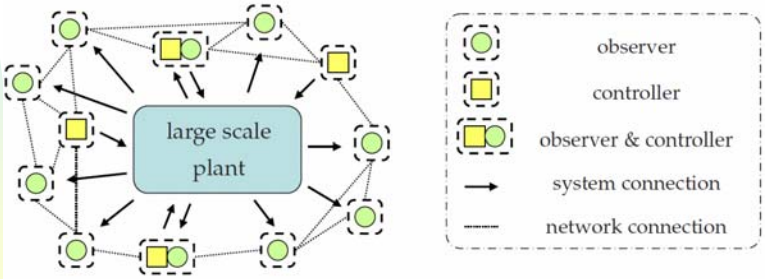
El patrón elegido es

$$\bar{\varphi} = [3, 2, 3, 4]$$

- Como era de esperar, ya que el número de períodos de observación crece, el error es mayor. La constante de error de estado estacionario se debe a los errores del modelo. Para Po> 5, el observador se vuelve inestable

# Estimación y Control Distribuido

Estimación y control descentralizado y distribuido surge en el contexto de los sistemas con múltiples componentes distribuidos destinados a satisfacer en forma conjunta el objetivo de todo el sistema




Tiene sentido completo para procesos distribuidos geográficamente donde los agentes tienen acceso únicamente a la información parcial y actuar, posiblemente, sólo en los canales de control específicos.



# Descripción del sistema

Planta:

$$x(k+1) = Ax(k) + \sum_{i=1}^{p} B_i u_i(k) = Ax(k) + BU(k)$$

Agentes:

Salida recibida: $y_i(k) = C_i x(k)$

Control enviado: $u_i(k) = K_i \hat{x}_i(k)$

Dynamics:

$$\hat{x}_i(k+1) = A\hat{x}_i(k) + B\hat{U}_i(k) + M_i(y_i(k) - C_i\hat{x}_i(k)) + \sum_{j \in N_i} N_{ij}(\hat{x}_j(k) - \hat{x}_i(k))$$

Señal de Control aplicada y estimada:

Control aplicado: $BU(k) = \sum_{j=1}^{p} B_j K_j \hat{x}_j(k)$

Control estimado: $B\hat{U}_i(k) = \sum_{j=1}^{p} B_j K_j \hat{x}_i(k)$

# Formulación del problema

Problema suboptimo de control y estimación distribuida:

•Dada La función de coste:

$$J = \sum_{j=k_0}^{\infty} x^T(j) Q_x x(j) + \sum_{j=k_0}^{\infty} \sum_{i \in \mathcal{V}} [e_i^T(j) Q_i e_i(j) + u_i^T(j) R_i u_i(j)]$$

Encontrar el conjunto de observadores $\mathcal{M} = \{M_i\}$, $\mathcal{N} = \{N_{ij}\}$ y controladores $\mathcal{K} = \{K_i\}$ *tales que*:

1.El sistema sea asintóticamente estable

2.La dinámica del errores de observación sean asintóticamente estable

3.Se obtiene una solución garantizada minimizando el límite superior de la función de coste



# Caso de muestreo periódico

**Proposición.** La *evolución del error aumentado* $\xi^T(k) = [x^T(k) \;\; e^T(k)]$ *esta dada por*

$$\xi(k+1) = \Omega(\mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{K})\xi(k),$$

donde

$$\Omega(\mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{K}) = \left[\begin{array}{c|c} A + BK & \Upsilon(\mathcal{K}) \\ \hline 0 & \Phi(\mathcal{M}) + \Psi(\mathcal{K}) + \Lambda(\mathcal{N}) \end{array}\right]$$

**Proposición.** La función de coste puede escribirse como,

$$J = \sum_{j=k_0}^{\infty} \xi^T(j)(Q + \bar{K}^T R \bar{K})\xi(j),$$

donde

$$Q = diag\{Q_x, Q_1, Q_2, \ldots, Q_p\}, \; R = diag\{R_1, R_2, \ldots, R_p\}$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & \ldots & 0 \\ K_2 & 0 & -K_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_p & 0 & 0 & \ldots & -K_p \end{bmatrix}$$

# Caso de muestro por evento

- Una vez que los observadores y los controladores se han diseñado, ¿es recomendable utilizar la comunicación basada en eventos entre los agentes?
- Beneficios
  - Se reduce el uso de la red
  - Es más eficiente en términos de consumo de energía
- Desventajas
  - Estabilidad practica en vez de estabilidad asintótica
- Varias posibilidades de activación de eventos. En este caso:

**Regla de activación.** Dado un umbral $\delta_w$, en el instante $k$ el agente $j$ difunde sus estimaciones para todos sus vecinos $i$ si

$$\|\hat{x}_j(l_j(k)) - \hat{x}_j(k)\|_\infty \geq \delta_w, \quad \text{for } k > l_j(k)$$

# Dinámica del sistema

Nuevo modelo para los agentes:

$$\hat{x}_i(k+1) = A\hat{x}_i(k) + B\hat{u}_i(k) + M_i(y_i(k) - C_i\hat{x}_i(k)) + \sum_{j\in\mathcal{N}_i} N_{ij}(\hat{x}_j(l_j(k)) - \hat{x}_i(k))$$

$$\begin{aligned}\hat{x}_i(k+1) &= A\hat{x}_i(k) + B\hat{u}_i(k) + M_i(y_i(k) - C_i\hat{x}_i(k)) \\ &+ \sum_{j\in\mathcal{N}_i} N_{ij}(\hat{x}_j(k) - \hat{x}_i(k)) + \sum_{j\in\mathcal{N}_i} N_{ij}w_j(k)\end{aligned}$$

- $w_j(k)$ puede verse como una incertidumbre debida a las discontinuidades en el flujo de información de los agentes
- Cuando el agente $j$ difunde su estado, se cumple que $w_j(k) = 0$

**Proposición.** *Para el caso de muestreo basado en eventos, la evolución del estado es el mismo que en el caso periódico y la evolución del error ahora es*

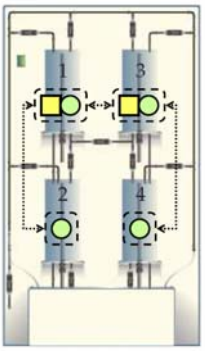
$$e(k+1) = (\Phi(\mathcal{M}) + \Psi(\mathcal{K}) + \Lambda(\mathcal{N}))\, e(k) + \Gamma(\mathcal{N})w(k)$$

# Compromiso

- Reducción del tráfico vs acotación del error
- Valores mayores de $\delta_w$ ⟶ la reducción de las transmisiones entre los nodos
- Valores menores de $\delta_w$ ⟶ mejor control y rendimiento de estimación



# Ejemplo de aplicación



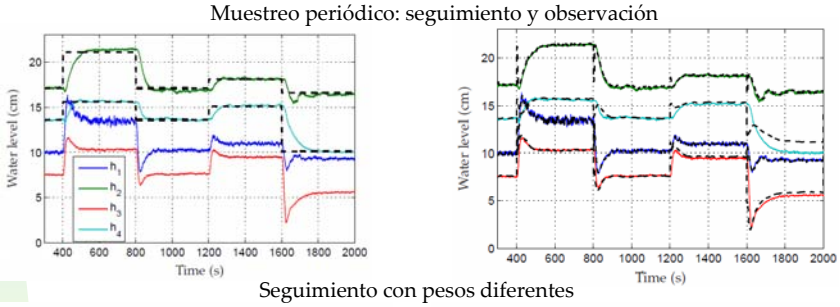

- 4 agentes: 2 observadores + 2 observadores/controladores
- El agua se suministra a los tanques superiores

OBJETIVO:
•Todos los estados de la planta deben ser estimados por cada agente.
•Se debe controlar el nivel de los dos tanques inferiores.

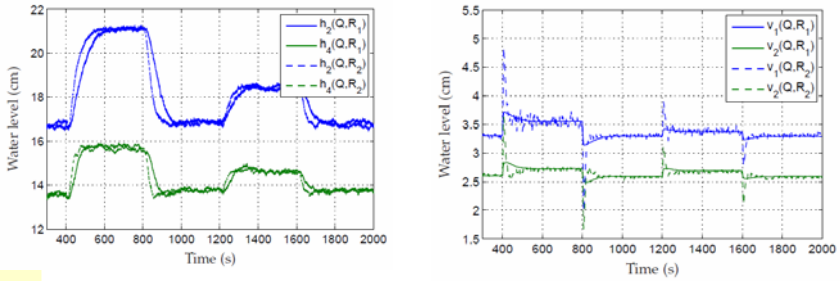
$$\frac{dh_1(t)}{dt} = -\frac{a_1}{S}\sqrt{2gh_1(t)} + \eta v_1(t) - \frac{a_{13}}{S}\sqrt{2g(h_1(t) - h_3(t))},$$
$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{a_1}{S}\sqrt{2gh_1(t)} - \frac{a_2}{S}\sqrt{2gh_2(t)},$$
$$\frac{dh_3(t)}{dt} = -\frac{a_3}{S}\sqrt{2gh_3(t)} + \eta v_2(t) + \frac{a_{13}}{S}\sqrt{2g(h_1(t) - h_3(t))},$$
$$\frac{dh_4(t)}{dt} = \frac{a_3}{S}\sqrt{2gh_3(t)} - \frac{a_4}{S}\sqrt{2gh_4(t)},$$

# Ejemplo de aplicación

Muestreo periódico: seguimiento y observación



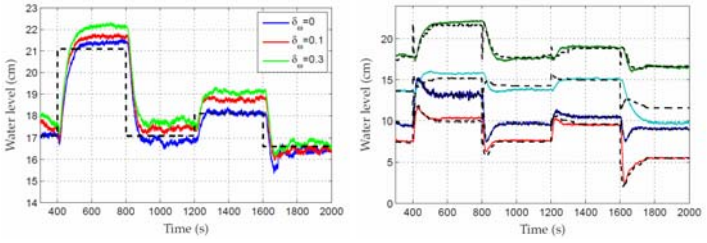

Seguimiento con pesos diferentes



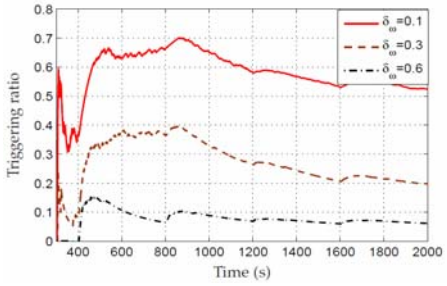



# Ejemplo de aplicación

Muestreo basado en eventos: seguimiento y observación




Ratio de paquetes enviados respecto a comunicación periódica



# Conclusiones

- El control de sistemas a través de redes de comunicación es un área muy activa en la actualidad.
- El problema principal está en las dificultades de control que introducen los retardos y las pérdidas de paquetes (datos).
- Se están probando multitud de técnicas de control para hacer frente a los problemas planteados.
- El control de los sistemas distribuidos es también una de las áreas de gran interés.

Abril 2013

# Grupo TEP201. Automatización, Control y Robótica.

**F.R. Rubio**

**J. Fornés**

**M.G. Ortega**

**M. Vargas**

**F. Castaño**

**C. Vivas**

**M. López**

**G.V. Raffo**

**P. Millán**

**I. Jurado**

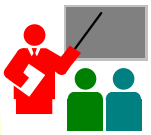
**J. Arriaga**

**L. Orihuela**

# Control de Sistemas a Través de Redes. (NCS)

## Análisis de estabilidad y diseño de controladores basado en el enfoque Lyapunov-Krasvoskii.

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**
**Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática**
**Escuela Superior de Ingenieros**



Madrid (Abril 2013)

Francisco Rodríguez Rubio