

El Grupo de Investigación de Ingeniería Mecánica galardonado con el PREMIO CROSSLEY 2020

Este grupo de investigadores de la ETSII-UNED desarrollaron un modelo de comportamiento elástico de los dientes de engranajes cilíndricos, rectos y helicoidales. Este trabajo, publicado en Mechanism and Machine Theory, fue premiado en base al índice de impacto en los dos años siguientes a su publicación.

Hablamos con el director del Grupo de Investigación, profesor José Ignacio Pedrero, catedrático de Ingeniería Mecánica del Departamento de Mecánica de la Escuela.

Pregunta. ¿En qué consiste el premio Crossley?

Respuesta. Es un premio que otorga anualmente la revista Mechanism and Machine Theory a los artículos (hablo en plural porque el premio suele estar compartido por dos trabajos) publicados en la revista, que mayor impacto han tenido en los dos años siguientes a su publicación. El premio se instauró en 2016, con motivo del quincuagésimo

aniversario de la creación de la revista, y lleva el nombre de su primer editor, Prof. Francis Rendel Erskine Crossley.

P. Preséntenos al Grupo de Investigación premiado.

El Grupo de Investigación de Ingeniería Mecánica es un grupo consolidado que está formado por la profesora Miryam Sánchez, el profesor Miguel Pleguezuelo y yo. Como ve, los mismos que firmamos el trabajo premiado. De hecho, el premio se otorgó a los autores, no al grupo; sólo que en este caso la coincidencia es absoluta.

Trabajamos en tres líneas: biomecánica, enseñanza de la ingeniería mecánica, y diseño y simulación de trans-



Ingeniero Industrial por la UPM (1982) y Doctor Ingeniero Industrial por la UNED (1987). Premio extraordinario de doctorado.

Profesor de Ingeniería Mecánica desde 1984, Catedrático de Universidad desde 1993. Es

autor de diversas publicaciones docentes (Tecnología de Máquinas y el Cuaderno de Problemas de Tecnología de Máquinas).

La actividad investigadora se centra en el Desarrollo de Modelos de Cálculo de Engranajes Cilíndricos. Más de 120 publicaciones técnicas en revistas, monografías y actas de congresos, 25 en revistas indexadas en el JCR, 15 en el primer tercio de su categoría.

Editor Asociado de la revista Mechanism and Machine Theory; revisor técnico habitual de revistas con alto índice de impacto; miembro del comité científico y presidente de sesión de numerosos congresos internacionales. Jefe de la delegación española en el comité ISO TC/60 (Engranajes) y el grupo de trabajo ISO TO/60 WG/6 (Cálculo de Engranajes). Director de 7 tesis doctorales, 3 de ellas premio extraordinario, una Premio de Tesis Doctorales del COIIM y otra premiada con el Primer Accésit del II Premio a la mejor Tesis Doctoral de la Asociación Española de Ingeniería Mecánica.

Evaluador de proyectos de investigación de ANEP, miembro de la Comisión Técnica de Evaluación de Solicitudes Plan Nacional I+D+i. Participación en 20 proyectos de investigación en concurrencia competitiva (Plan Nacional y Europeos).

En la actualidad es director del Grupo de Investigación de Ingeniería Mecánica de la UNED.

misiones por engranajes, aunque se puede afirmar que el 90% de nuestra actividad se desarrolla en la última línea.

Puede encontrar información relativa a nuestra actividad en la página web del grupo¹.

P. ¿Y qué nos dice de la revista y de cómo otorga el premio?

Mechanism and Machine Theory es una de las revistas más importantes del mundo en el área de máquinas y mecanismos, y se encuentra muy bien posicionada en los rankings del JCR, y demás. Solemos elegirla para publicar nuestros trabajos porque es la que mejor se ajusta al tema en el que nos encontramos inmersos, aunque... no es fácil. Es una revista exigente.

El premio se otorga mediante la aplicación de un baremo, que naturalmente desconozco, pero que sé que tiene en cuenta el número de accesos al artículo en la web, el número de descargas y el número de citas, en los dos años siguientes a la publicación. Para optar al premio no es necesario presentar ninguna solicitud, se bareman todos

¹ [Web Grupo](#)



los artículos publicados en el periodo de que se trate.

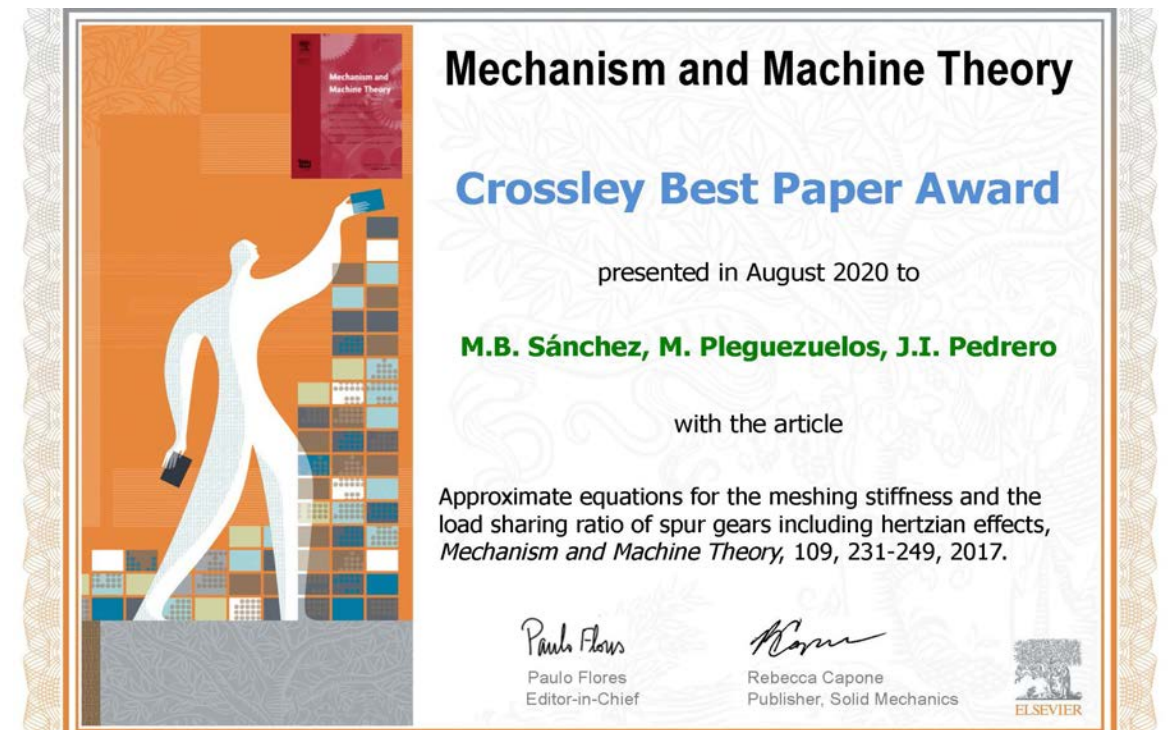
He de reconocer que ninguno de nosotros tenía noticia siquiera de la existencia del premio. No vamos a tener más remedio que admitir que el premio fue del todo inesperado... como siempre que se agradece un premio.

P. Entremos en materia: de forma sucinta, pero sin olvidar que nuestros lectores, en su gran mayoría, son ingenieros o estudiantes de ingeniería, descríbanos el contenido y la aportación del trabajo premiado.

El trabajo se inserta en una línea de investigación que el grupo viene de-

sarrollando desde hace años. Las tesis doctorales de los otros dos integrantes del grupo (ambas premio extraordinario, tengo que decirlo) constituyen el fundamento de esta línea.

Básicamente consiste en el desarrollo de un modelo de comportamiento elástico de los dientes de engranajes cilíndricos, rectos y helicoidales. Mediante la aplicación del principio de mínimo potencial de deformación es posible encontrar la distribución de carga a lo largo de la línea de contacto de la pareja de dientes, y entre parejas de dientes en contacto simultáneo. Una vez conocida la carga en cada punto de la línea de contacto (en cada una de las líneas de contacto a lo largo del ciclo



de engrane) es posible calcular las tensiones, superficial y a rotura, por medio de las ecuaciones de la elasticidad. Se trata de encontrar los valores más desfavorables de dichas tensiones, que serán las que determinen la capacidad de carga, o capacidad de potencia, de la transmisión.

El problema fundamental estriba en la complejidad del problema matemático que se plantea con este modelo. Aplicar las ecuaciones del potencial de deformación -incluyendo las componentes de flexión, compresión y cortadura- a la geometría del diente, de notable complejidad, especialmente en la zona de la base; resolver el problema variacional para obtener la distribución de la fuerza que lo hace mínimo, en cada posición de engrane; introducir esa distribución de fuerzas en las ecuaciones de la elasticidad para evaluar las tensiones; y finalmente resolver el problema de extremos para encontrar los valores máximos; todo ello reviste una enorme complejidad, que se traduce en un alto coste computacional y en un tiempo de programación muy elevado. El fundamento de nuestro modelo consistió en el hallazgo de una fórmula aproximada para el potencial unitario, que posteriormente se relacionó con la rigidez de la pareja de dientes. La variación de la rigidez con el ángulo girado se representa siempre mediante una curva similar a la de la Figura 1. Existen multitud de publicaciones técnicas en las que se determina la curva de rigidez

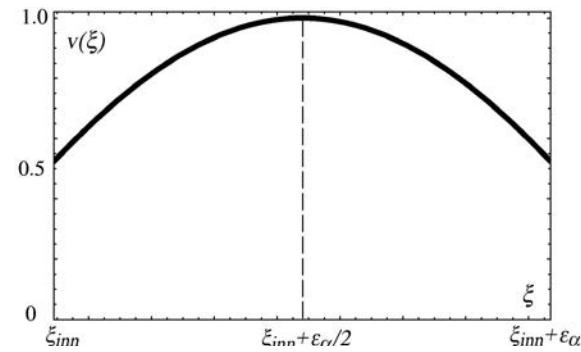


Fig. 1. Rigidez normalizada

por diferentes métodos (analíticos, elementos finitos, hasta experimentales), pero en todos ellos la forma de la curva es sensiblemente la misma. A primera vista no parece demasiado complicado aproximar esa curva mediante una parábola, a lo sumo de cuarto grado. Lo que ya no resulta tan sencillo es correlacionar los coeficientes de esa parábola con los innumerables parámetros de los que depende la geometría de los dientes y del engrane.

Nosotros encontramos una aproximación parecida a una parábola de cuarto grado: una función cosenoidal. Pero el éxito de nuestra aproximación fue que la conseguimos expresar en función de un único parámetro: el grado de recubrimiento transversal del engranaje. La influencia

$$K_{TP}(\xi) = K_{TPmax} \cos(b_0(\xi - \xi_m))$$

$$b_0 = \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_\alpha}{2} \right)^2 - 1 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Fig. 2. Formula aproximada

de todos los restantes parámetros geométricos de la transmisión quedaba recogida en el coeficiente K_{TPmax} , cuyo valor no es necesario para obtener la distribución de carga. De esta forma, la variación de la rigidez con el ángulo girado ξ queda expresada mediante un fórmula sumamente sencilla y manejable, que resultó arrojar una precisión sorprendentemente elevada, con factores de correlación medios de 0,999.

Con esta ecuación aproximada resultó mucho más sencillo obtener la distribución de carga, que igualmente resultaba formulada con una expresión mucho más simple y manejable; lo que a su vez permitió plantear las ecuaciones de las tensiones y el problema de obtención de sus valores máximos con costes computacionales mucho más razonables. Y esto fue, a grandes rasgos, la contribución de las dos tesis doctorales que antes he mencionado: la obtención de las tensiones críticas y de las condiciones críticas de carga en engranajes rectos y helicoidales; y la consiguiente revisión de los modelos de cálculo de la capacidad de carga de la norma ISO 6336 para engranajes estándar, la primera de las tesis; y la propuesta de modelos de cálculo, hasta entonces no desarrollados por ISO, para engranajes de alto grado de recubrimiento transversal, la última.

En el trabajo que nos ocupa, lo que presentamos fue una modificación al modelo, de manera que tuviera en

$$K_M(\xi) = K_{Mmax} \cos(b_0(\xi - \xi_m))$$

$$b_0 = \left[\frac{1}{2} \left(1,11 + \frac{\epsilon_\alpha}{2} \right)^2 - 1,17 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

Fig. 3. Formula aproximada con deformación de contacto

cuenta las deformaciones en la zona de contacto en el cálculo de la rigidez. Para ello, se utilizó el modelo de Hertz de contacto entre dos cilindros, que simula el contacto de dos dientes a lo largo de la línea de contacto. De nuevo, el éxito del trabajo radicó en la fórmula aproximada para la rigidez, que se expresa de la misma manera que antes, variando únicamente dos coeficientes numéricos de la expresión de b_0 . En el trabajo se revisaron los modelos de cálculo a presión superficial y a rotura en la base, y se compararon con resultados de un estudio por elementos finitos. La conclusión es que las tensiones máximas se presentan en los mismos puntos y bajo las mismas condiciones de carga que en modelo anterior, y que los valores de dichas tensiones máximas varían muy ligeramente. Sin embargo, esa ligera variación sitúa las curvas de tensión con el modelo mejorado más cerca de las que se obtienen por el MEF que las del modelo anterior. En la Figura 4 se muestra uno de los resultados presentados en el trabajo: las curvas de tensión según los tres modelos, anterior, mejorado y MEF; a la izquierda las

de presión superficial, a la derecha las de tensión en la base, para un engranaje recto de alto grado de recubrimiento.

P. Una explicación muy condensada, pero digamos que nos hacemos una idea. Pero la pregunta que viene es insoslayable: ¿Esto, para qué sirve? ¿Qué aplicaciones prácticas tiene?

El modelo desarrollado permite evaluar las tensiones de manera aproximada, pero mediante un procedimiento sencillo y rápido. Posiblemente, un análisis por elementos finitos proporcione resultados más precisos; pero requiere un tiempo infinitamente mayor para la preparación y depuración de la malla, y un tiempo de ejecución el programa también bastante considerable.

Cuando se diseña una etapa de una transmisión, se han de tomar muchas decisiones para elegir de manera óptima los innumerables parámetros que intervienen: números de dientes, módulos, desplazamientos, ángulos de presión, ángulos de hélice, altura de los dientes, distancias entre centros... Si se ha de repetir un estudio para cada combinación posible de los valores de cada parámetro, el problema es de una magnitud descomunal.

El resultado de nuestro modelo puede ofrecer ligeras discrepancias en los valores de las tensiones, pero ofrece mucha fiabilidad en las tendencias de variación. La Figura 4 es un buen ejemplo: si damos por bueno como valor de referencia el obtenido por el MEF, las curvas de los

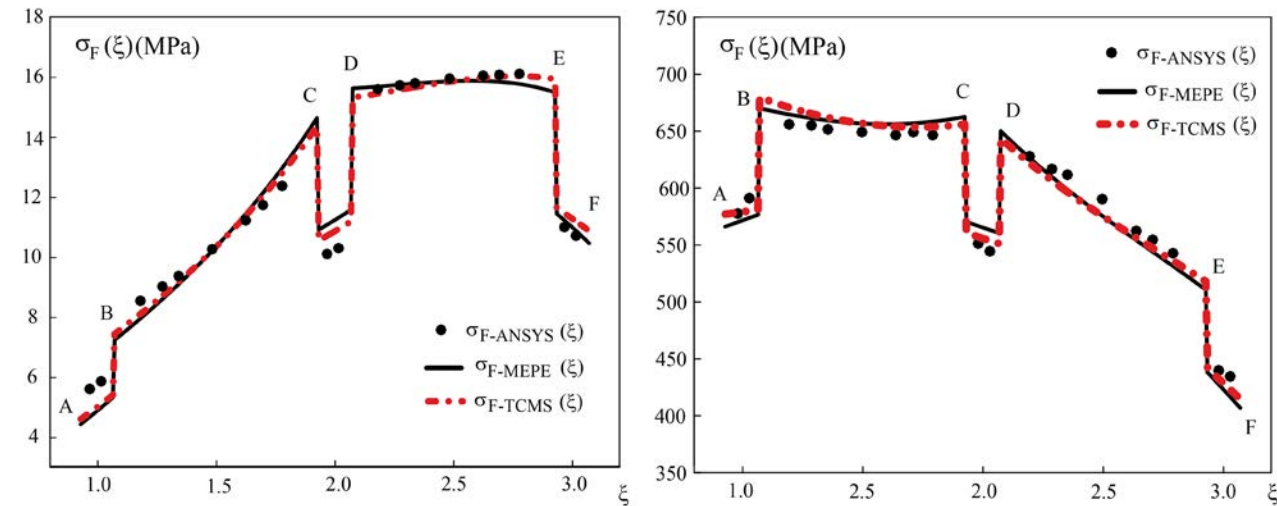


Fig. 4. Evolución de la tensión de contacto (izquierda) y en la base (derecha) para engranaje recto de alto grado de recubrimiento

modelos (incluso la que no considera la rigidez de contacto) presentan tendencias de variación sensiblemente iguales. Esto quiere decir que nuestro modelo ha de ser muy útil para la fase de prediseño de una transmisión.

Por otro lado, desde un punto de vista más académico, el modelo permite explorar campos menos conocidos. Si se permite la expresión, el modelo es tan sencillo que se puede jugar con él y ver qué pasa. Para que se haga una idea, todo el modelo se ha materializado en una hoja Excel que ocupa menos de 500 kbytes, en la que cada estudio se puede hacer en un tiempo de alrededor de un minuto. Esto ha permitido encontrar cosas curiosas, algunas de las cuales pueden tener aplicación práctica.

P. ¿Nos puede poner un ejemplo concreto?

Pondré dos, uno de cada tipo, si le parece. El curso pasado dirigimos un proyecto fin de grado con el objetivo de minimizar las pérdidas por fricción en los engranajes de la caja multiplicadora de un aerogenerador. Se trata de un problema de optimización bastante singular, porque el objetivo no es el rendimiento. En un aerogenerador, el combustible es gratuito y sobreabundante. Quiere decir que, si ha de inyectar en el generador eléctrico una potencia de 15 MW, extraerá del viento una potencia ligeramente superior a los 15 MW si el rendimiento es bueno, y notablemente superior si es malo; pero en ambos casos la potencia llega al generador del mismo modo. Sin embargo, aunque las pérdidas no son lo más importante, no por ello dejan de tener su importancia. Es evidente que, a mayores pérdidas mayor es la generación de calor, lo que

aumenta el desgaste de las superficies de los dientes y el riesgo de agrietado. En definitiva, para el dimensionado de los engranajes, el criterio será fundamentalmente el de asegurar los niveles de tensión admisible, que eviten el fallo por fatiga de los dientes, y que minimicen las tareas de mantenimiento, de enorme complejidad en estas instalaciones. Una vez asegurado este objetivo, podremos pensar en minimizar las pérdidas, con los grados de libertad que queden.

Los aerogeneradores suelen tener dos etapas planetarias; en ocasiones tienen una tercera, helicoidal simple. El trabajo se planteó respetando todas las decisiones que se hubieran tomado en el diseño de la multiplicadora: dimensiones exteriores, números de dientes, etc., dando por hecho que serán las adecuadas para asegurar el funcionamiento sin fallo del aerogenerador. En consecuencia, el estudio se restringió a la variación de los factores de desplazamiento de las tres dentaduras-sol, planetas y anillo- de cada etapa. Pero además se impusieron dos condiciones: mantener el grado de recubrimiento de cada engrane y la holgura radial en las bases de todos los dientes. La última viene impuesta por la necesidad de asegurar el suficiente espacio para una adecuada evacuación del lubricante. Con la primera se pretende no desplazar los puntos de contacto críticos, de manera que las tensiones críticas se mantengan en sus valores de diseño.

Estas dos condiciones impuestas se traducen en relaciones entre los factores de desplazamiento, de manera que los grados de libertad en cada etapa se redujeron a uno. En la Figura 5 se muestra cómo varían las pérdidas por fricción en las dos etapas del aerogenerador estudiado, en función del parámetro del radio de cabeza del engranaje sol.

En la actualidad, estamos en contacto con la compañía SIEMENS-GAMESA para realizar un estudio similar en sus aerogeneradores. En cuanto a resultados académicos, me gustaría destacar uno relativo a engranajes rectos de alto grado de recubrimiento, que tiene que ver con la Figura 4. En un engranaje de alto grado de recubrimiento el número de parejas de dientes en contacto simultáneo va alternando entre 2 y 3. En los diagramas de la Figura 4, los intervalos BC y DE corresponden a los intervalos con dos parejas de dientes en contacto; los restantes corresponden a los intervalos de contacto triple, en los que, por repartirse la carga entre más parejas, la tensión es menor.

Obviamente, cuando una pareja está en contacto en algún punto del intervalo BC, la pareja anterior está en contacto en el punto correspondiente del intervalo DE, y la suma de la carga sobre ambas es igual a la fuerza transmitida, que es constante en el tiempo. Es sabido, y además bastante intuitivo, que cuando se practica un rebaje en la cabeza de un diente, cuando el contacto se produce

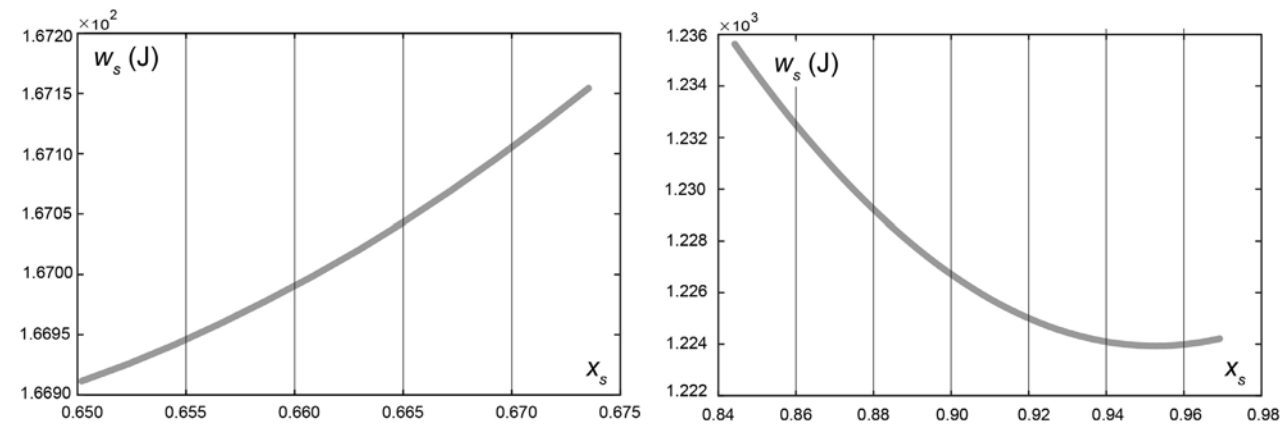


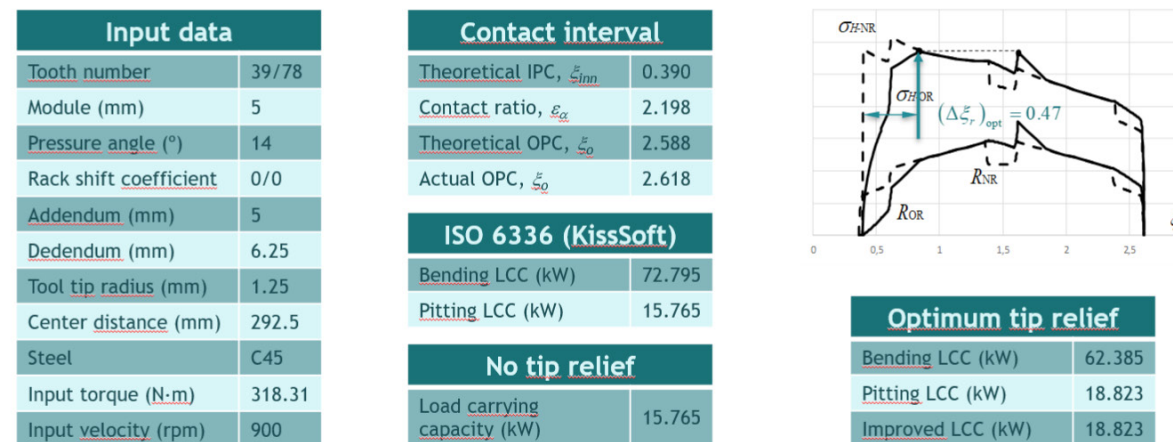
Fig. 5. Evolución de las pérdidas por fricción en las etapas planetarias de la caja multiplicadora de un aerogenerador.

dentro del intervalo de rebaje, esa pareja de dientes soporta menos carga, y consecuentemente, las restantes parejas han de soportar más.

En la Figura 4 se puede observar que la tensión crítica a presión superficial se produce cuando la pareja de dientes contacta en el intervalo BC, mientras que la tensión de rotura máxima aparece cuando el contacto se produce en el intervalo DE. Quiere decirse que, si se practica un rebaje en la punta del diente conducido que se prolongue hasta el intervalo CD, reduciremos la tensión de contacto crítica; y al mismo tiempo aumentaremos la tensión en la base crítica, pues aumentará la carga en el intervalo DE.

Se da la circunstancia de que, en aceros tratados superficialmente, cementados o nitruados, el margen de seguridad a rotura que se obtiene tras el dimensionado suele ser sensiblemente superior al que se obtiene a presión superficial. Quiere decirse que, mediante un adecuado rebaje, se pueden equilibrar los márgenes de seguridad según ambos criterios de fallo, lo que supone un aumento de la capacidad de potencia de la transmisión. En la Figura 6 se muestra un ejemplo, que incluye la curva de tensión superficial alterada por efecto del rebaje. ■

Optimum load carrying capacity (Example)



Load carrying capacity 19.4% improved

Fig. 6. Mejora de la capacidad de transmisión de un engranaje recto de alto grado de recubrimiento con modificación de perfil.