



## BALANCE DE LA ECUACION DE BERNOULLI Y LA GENERACION DE BURBUJAS PARA UN DISPERSOR TIPO JET

RAMIRO ESCUDERO GARCÍA, FRANCISCO J. TAVERA MIRANDA

Instituto de Investigaciones Metalúrgicas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
Departamento de Metalurgia Extractiva  
Ciudad Universitaria, Morelia, Michoacán, México

*(Recibido 14 de junio de 2010, para publicación 6 de agosto de 2010)*

**Resumen** – En los sistemas de procesamiento de materiales que involucran fenómenos como reacciones químicas ó transferencia de masa en las interfases gas-líquido ó gas-sólido-líquido, las características de las dispersiones son determinantes en el rendimiento de dichos procesos. Se instalaron cuatro inyectores de gas tipo tobera con orificio de descarga de abertura variable en una celda de flotación subaerada y una columna de flotación piloto para la producción de dispersiones de burbujas de gas en medios líquidos. Se obtuvieron datos experimentales de las características de las dispersiones de gas (diámetro de burbuja, fracción de gas y área superficial de flujo de burbujas) generadas con estos inyectores. Los diámetros promedio de burbujas fueron medidos mediante la técnica fotografía-análisis de imágenes utilizando un sensor para obtener muestras de nubes de burbujas. La fracción volumétrica de gas se estimó utilizando un sensor basado en la conductividad eléctrica de las fases. Del tratamiento estadístico de los datos se derivó un modelo matemático que relaciona el diámetro promedio de burbuja con la caída de presión en el dispersor que ocasiona el flujo superficial de gas a través del mismo, el flujo superficial de líquido en el equipo de dispersión, las características dimensionales del inyector y la tensión superficial del medio. La validación del modelo que predice diámetros promedio de burbuja se realizó en una columna de flotación de 50 cm de diámetro y cuatro metros de altura con los cuatro inyectores instalados. Los resultados experimentales muestran que es posible diseñar ó predecir diámetros promedios de burbuja empleando este tipo de dispersores de gas tipo jet con descarga de abertura variable en medios acuosos.

**Palabras clave** – Dispersores de gas, diámetro de burbuja, columna de flotación, celda de flotación, análisis de imágenes.

### 1. INTRODUCCIÓN

En la práctica de la ingeniería química, metalúrgica y de los minerales los sistemas de reacción y procesamiento de fases múltiples, gas-líquido y gas-sólidos-líquido, son comunes en diferentes aplicaciones de esas áreas. En tales sistemas las características de las interfases que se forman durante la dispersión de las fases, juegan un papel fundamental en los fenómenos que toman lugar durante el procesamiento de los materiales.

En estos sistemas de procesamiento de materiales la magnitud del área de la interfase gas-vapor determina la eficiencia de aquellos procesos controlados por la transferencia de masa en la interfase; entonces, el tamaño de las burbujas producidas por unidad de gas alimentado al sistema de reacción define las propiedades del proceso en cuestión. A su vez, la distribución de los tamaños de las burbujas y su magnitud determinan las características asociadas con la dispersión de gas en los medios de reacción, tales como, la fracción de gas retenido en la dispersión, la velocidad superficial de las fases y sus distribuciones radiales, determinando todo ello las características hidrodinámicas y eficiencias en el sistema. De estas consideraciones, las dimensiones de las burbujas en un medio acuoso o en una pulpa sólidos-líquido, determinan en gran medida la eficiencia del proceso por lo que cualquier esfuerzo por controlar y predecir las dimensiones de las burbujas constituye una contribución importante al estado del arte.

Se presenta en la literatura [1,2] una revisión sobre estudios sobre la formación de burbujas y la velocidad de ascenso de las burbujas en sistemas gas-líquido, de donde se deriva que los métodos experimentales fotográficos son útiles para la medición del ascenso de burbujas en líquidos estacionarios y, aún en fluidos de dos fases dispersas, estando limitado en el segundo caso por la frecuencia de las burbujas. Se han hecho intentos por medir la velocidad de ascenso de las burbujas usando métodos intrusivos y no-intrusivos con anemómetros, estando limitados los datos a la eliminación cuidadosa del ruido experimental.

La distribución de los tamaños de burbujas fue estudiada en columnas de flotación dotadas de generadores porosos de burbujas mediante técnicas fotográficas, presentando las mediciones de las dimensiones de las burbujas en función de: la frecuencia de la formación de las burbujas, el número de poros en los generadores de burbujas, altura sobre el generador de burbujas, velocidad superficial del gas y, del flujo de gas equivalente por orificio [3]. Los resultados de estas mediciones se validaron en función de un modelo de distribución de tamaños de burbujas que se presenta en la literatura [4]; los resultados experimentales y las predicciones del modelo mostraron una buena aproximación.

Se observó la distribución de los tamaños de las burbujas generadas en recipientes de contacto gas-líquido, agitados mecánicamente, mediante una técnica de succión de muestras de burbujas de gas [5], encontrándose que la distribución del tamaño de las burbujas de gas varía considerablemente entre las distintas regiones del recipiente de contacto, presentando una desviación considerable de la distribución normal estándar. El aumento en la velocidad de agitación produce una disminución en el tamaño promedio de las burbujas a bajos flujos de gas, teniendo el efecto opuesto a medida que el gasto de gas incrementa.

Se han realizado estudios sobre el efecto de espumantes en el tamaño de burbujas producidas en celdas de flotación, utilizando generadores de burbuja del tipo de orificio, rígidos y elásticos [6], así como en celdas de flotación mecánicas [7,8]. Se encontró que los espumantes controlan el tamaño de las burbujas mediante el control en la coalescencia de las burbujas; el tamaño de las burbujas en medios en donde la concentración del espumante es menor que la concentración crítica de coalescencia, es producido por la coalescencia de las burbujas. Bajo concentraciones de espumante por encima de la concentración crítica de coalescencia este fenómeno se previene.

En otro estudio se experimentó con dos tipos de dispersores de gas, plato poroso y plato con boquillas, que en líquidos coalescentes el tamaño de las burbujas de gas no depende del tipo de generador de burbujas, sino que depende de la coalescencia de las burbujas; por otra parte, el tamaño de las burbujas producidas en medios no-coalescentes depende grandemente del tipo de dispersor de gas usado [9,10].

En el presente trabajo, se pretende controlar los tamaños de las burbujas al inyectar un gas en medios acuosos, mediante inyectores tipo jet con orificio de descarga de abertura variable, controlando la velocidad superficial del gas y, la presión diferencial en el orificio de descarga. El fenómeno de formación de burbujas se basa en que los tamaños de las mismas dependen de la energía cinética disipada por el gas y de la tensión superficial del medio. Los experimentos para validar la propuesta, se llevaron a cabo en una celda de flotación sub-aireada y en una columna de flotación, en escala planta piloto.

## 2. DESARROLLO EXPERIMENTAL

Se construyeron y caracterizaron cuatro inyectores de gas tipo tobera, con orificio de descarga de abertura variable, para su instalación en los equipos de flotación de laboratorio y piloto. El inyector de gas se presenta en la Fig. 1.

Los experimentos fueron realizados en dos sistemas de flotación; una celda de flotación sub-aireada (40 cm de lado, 40 cm de fondo, 50 cm de alto) y una columna de flotación (50 cm de diámetro, 400 cm de altura). En cada uno de estos equipos se instalaron los cuatro inyectores de gas. La Fig. 2 ilustra esquemáticamente el equipo de flotación utilizado.

En ambos sistemas se midieron la fracción volumétrica de gas ( $C_g$ ), empleando la técnica de medición de conductividad eléctrica [11,12] y el flujo superficial de gas ( $J_g$ ) mediante un sensor de desplazamiento de líquido por el gas, en un punto específico de medición [13]. La Fig. 3 esquematiza el principio de medición de  $J_g$ .

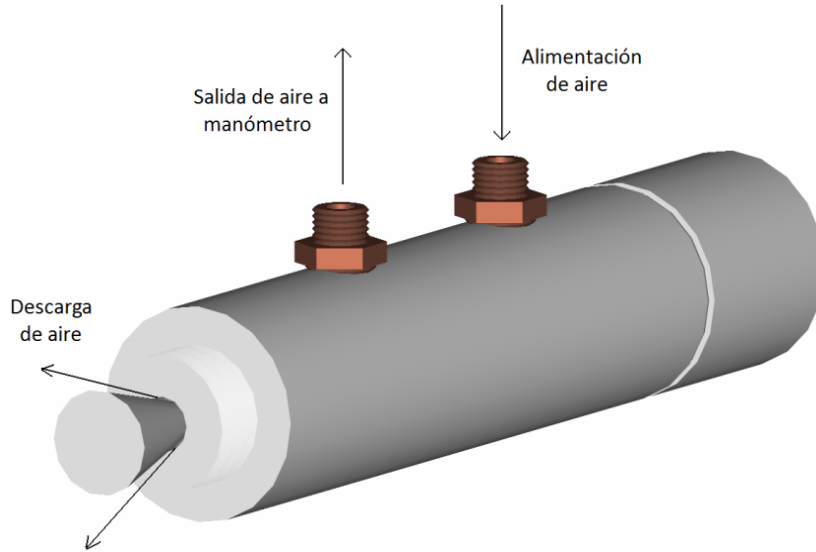


Fig. 1. Representación isométrica y detalles de construcción del inyector de gas de abertura variable.

Para la medición del diámetro promedio de burbuja se empleó la técnica fotográfica seguida por un análisis de imágenes. Se construyó una sonda para captura y toma de evidencia fotográfica de nubes de burbujas, fabricada con material acrílico transparente, como se muestra en la Fig. 4. Para cada punto experimental se tomaron cuatro fotografías y se midieron al menos 1000 burbujas para calcular el diámetro promedio de burbuja Sauter. Este diámetro que relaciona el volumen y el área de las burbujas se ha encontrado es el que define con mayor precisión una distribución de tamaño de burbujas [14,15].

La tensión superficial del líquido se midió mediante un tensiómetro Cole-Palmer (59780-90). En cada experimento la tensión superficial de agua corriente se fijó adicionando determinadas cantidades de surfactante metilisobutilcarbinol (MIBC).

### 2.1. Experimentación en la celda de flotación sub-aereada

La celda fue operada bajo régimen continuo; es decir, una vez llena la celda se mantuvieron constantes y simultáneamente los flujos de alimentación y descarga. La caracterización de los dispersores de gas tipo jet se llevó a cabo de acuerdo al programa experimental de la Fig. 5.

Durante cada experimento se midieron las presiones en el punto del orificio de descarga del inyector y dentro del mismo, para estimar la energía cinética ( $\Delta E_c$ ) disipada por el gas en el proceso, usando la ecuación de Bernoulli para fluidos compresibles:

$$\Delta E_c = \frac{Q^2}{2\pi^2 R^4} \left( \frac{2r^2 R^2 - r^4}{(r^2 - R^2)^2} \right) = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (1)$$

donde  $R$  y  $r$  son los radios anulares mayor y menor del inyector respectivamente,  $Q$  es el flujo volumétrico del aire alimentado al dispersor,  $\Delta p$  es la caída de presión en el inyector, mientras que  $\rho$ , corresponde a la densidad del gas. De esta manera la energía disipada que se estima puede relacionarse con los tamaños de las burbujas medidas y con los valores de las propiedades del sistema de flotación.

### 2.2. Experimentación en la columna de flotación

Se realizaron experimentos en la columnas de flotación descrita en la Fig. 2 para validar los resultados de la caracterización de los dispersores de gas en la celda sub-aereada. Se fijaron los valores del flujo superficial de aire en 0.625 cm/s y el flujo de la bomba de colas ó descarga en 0.18 cm/s. La tensión superficial del líquido se modificó con las cinco concentraciones de espumante experimentadas en la celda. Las variables medidas corresponden a las indicadas en la Fig. 5.

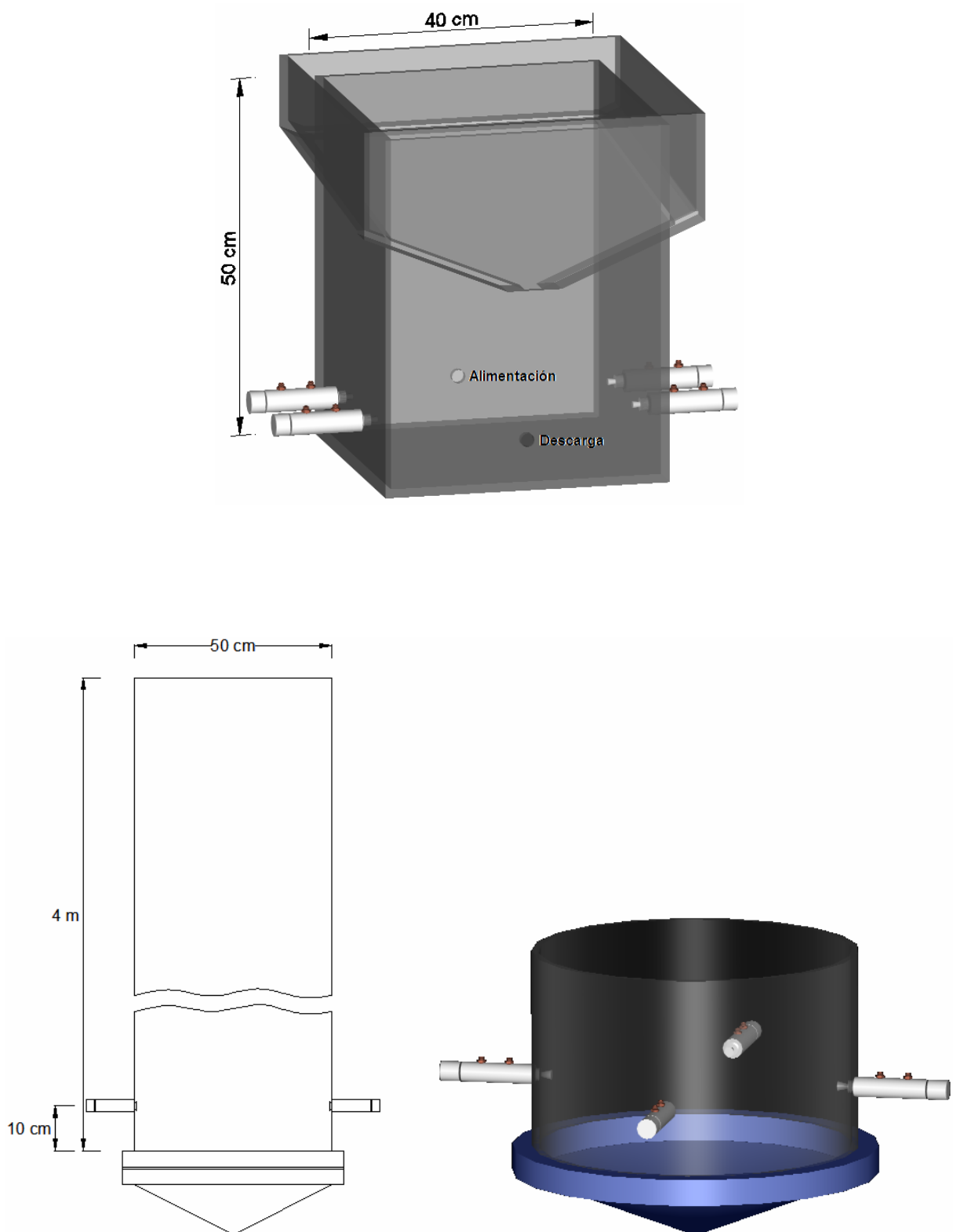


Fig. 2. Representación isométrica del equipo de flotación usado en los experimentos: arriba, celda de flotación sub-aireada; abajo, columna de flotación.

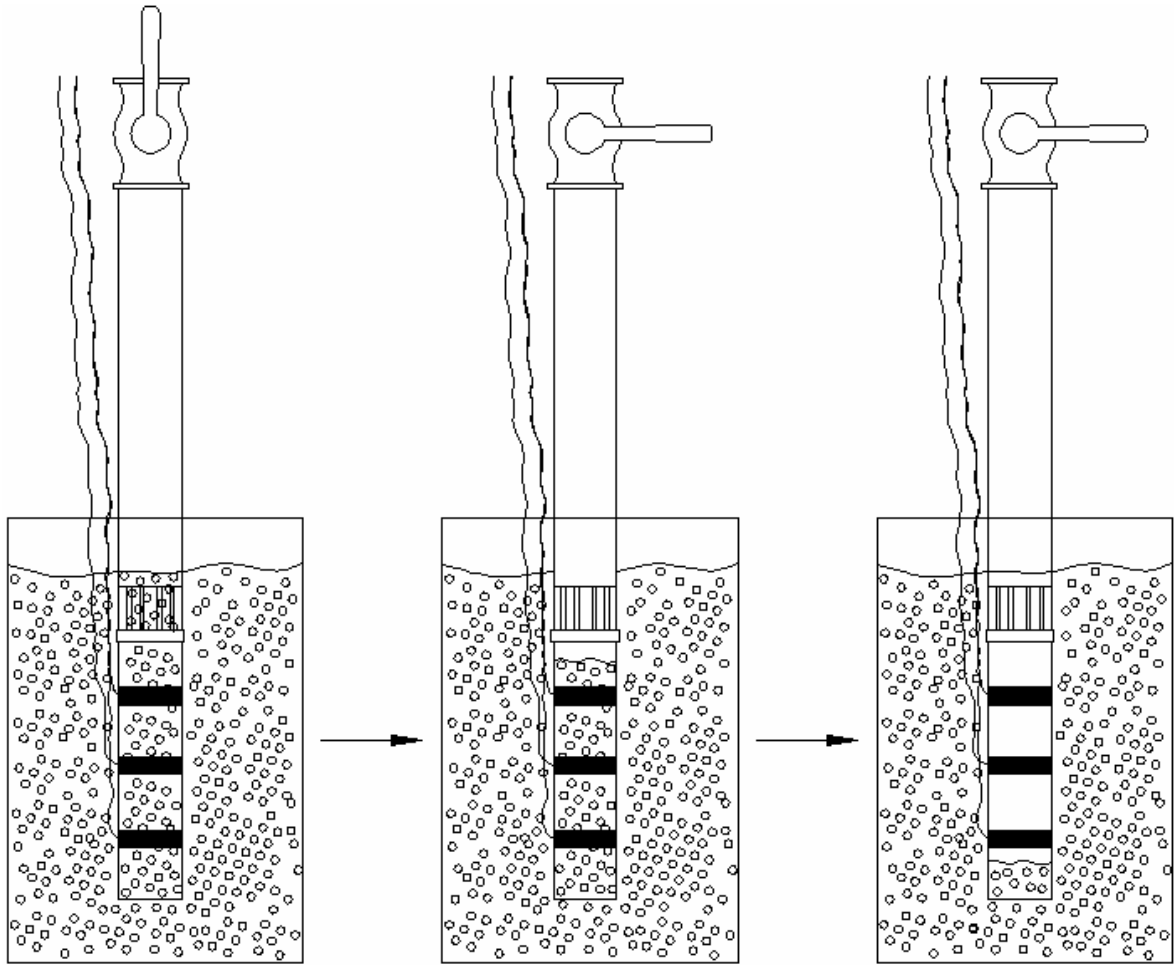


Fig. 3. Representación esquemática del principio de operación del sensor de velocidad superficial del gas en los sistemas de flotación: izquierda, sensor abierto; centro y derecha, sensor cerrado mostrando el desplazamiento del líquido por el gas.

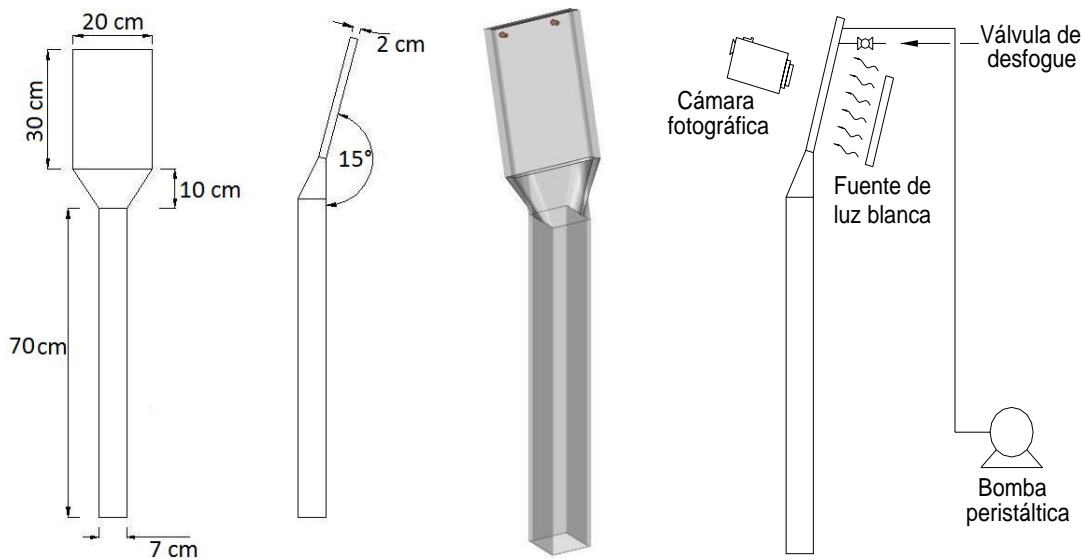


Fig. 4. Detalles de la construcción de la sonda de toma de muestras de dispersiones gas-líquido, así como el principio de su funcionamiento.

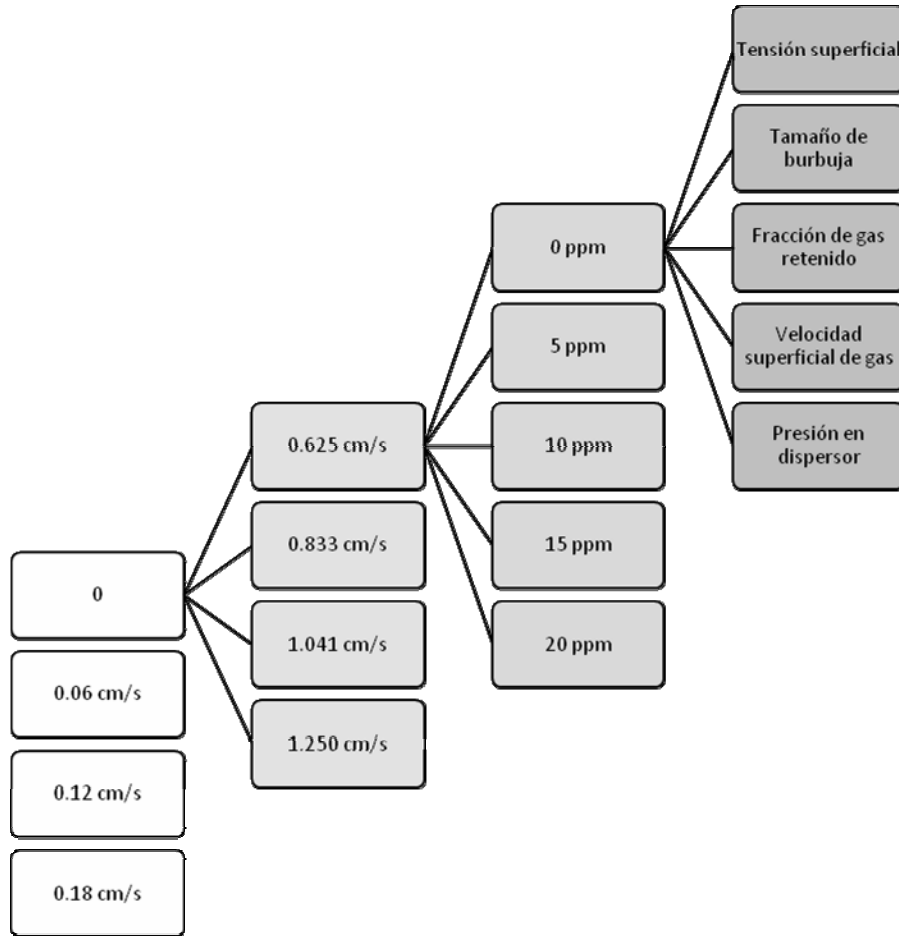


Fig. 5. Variables controladas y medidas durante la caracterización de los dispersores tipo jet en la celda de flotación sub-aereada.

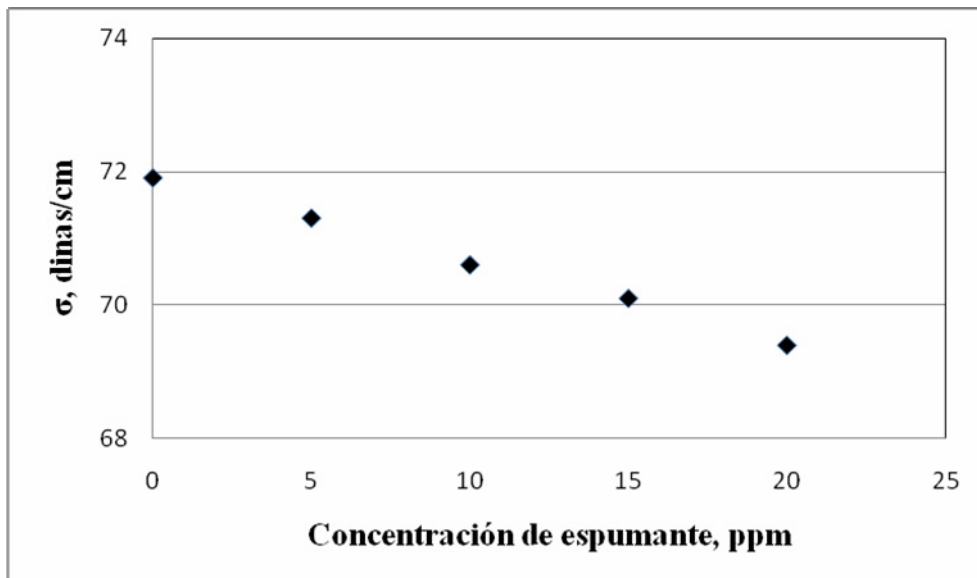


Fig. 6. Cambios en la tensión superficial de soluciones acuosas con la adición de MIBC.

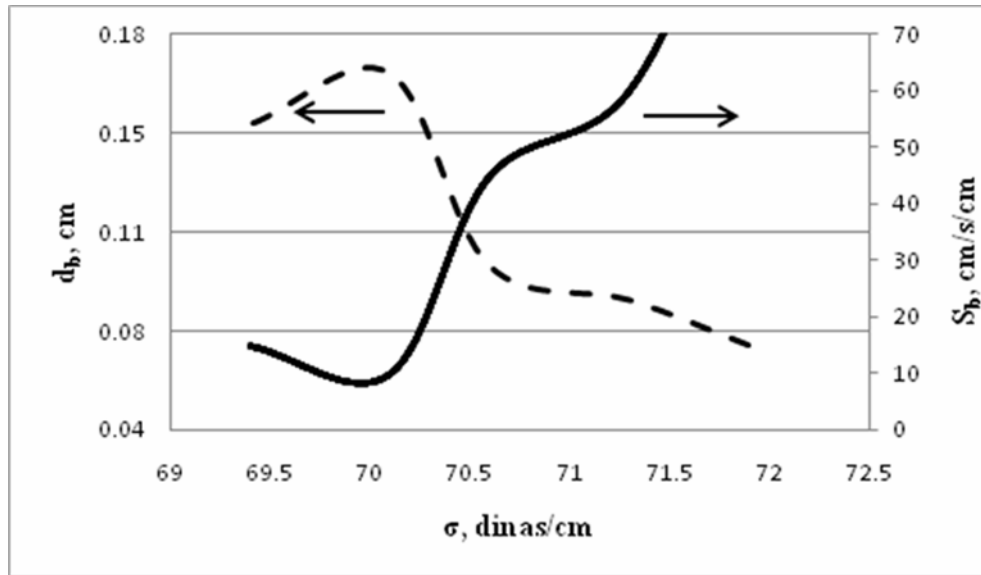


Fig. 7. Cambios en el diámetro promedio de burbuja y área superficial de burbujas con la tensión superficial del líquido ( $J_g = 0.625$  cm/s;  $J_l = 0.18$  cm/s).

### 3. RESULTADOS Y DISCUSION

#### 3.1. Experimentación en la celda sub-aerada

La Fig. 6 muestra la relación entre la concentración de MIBC en las soluciones experimentales y los valores de tensión superficial medidos. El efecto surfactante del MIBC es observado al disminuir la tensión superficial del líquido con la adición del espumante.

Por otra parte los valores estimados de diámetro de burbuja Sauter [15] y el área superficial de burbujas se muestra en la Fig. 7 en función de la tensión superficial del líquido, bajo condiciones de velocidad superficial de gas constante ( $J_g = 0.625$  cm/s en cada dispersor) y velocidad superficial de líquido constante en la celda ( $J_l = 0.18$  cm/s). Como se aprecia, el tamaño de burbuja disminuye con la tensión superficial; sin embargo, cuando la concentración de MIBC es mayor a 15 ppm, los diámetros de burbujas no son afectadas por la tensión superficial. Lo anterior está relacionado con la concentración crítica de coalescencia (CCC); a concentraciones mayores a la CCC, el tamaño de la burbuja está determinado por las características del dispersor de gas y por el grado de coalescencia de las burbujas, mientras que a concentraciones menores a la CCC, el tamaño de burbuja está determinado por las características del dispersor y por la tensión superficial. Estas observaciones son similares a las reportadas en la literatura [6, 16].

El término  $S_b$  representa la superficie de la inter-fase vapor-líquido disponible para coleccionar especies hidrófobas en un proceso de flotación. Los resultados experimentales muestran que a medida que se introduce una mayor cantidad de gas en el sistema de flotación (un aumento en la velocidad superficial del gas,  $J_g = Q_g/A_c$ ), el flujo del área superficial de las burbujas se incrementará, siendo mayor a medida que la velocidad superficial del gas se incrementa y el tamaño de las burbujas disminuye ( $S_b = 6 J_g/d_b$ ) [17].

Se puede anticipar que al disminuir el diámetro de las burbujas por unidad de gas alimentado, como resultado de la disminución en el valor de la tensión superficial, la fracción volumétrica de gas retenido aumentará y la superficie de burbujas que cruza una superficie unitaria normal a la dirección del flujo de gas también aumentará.

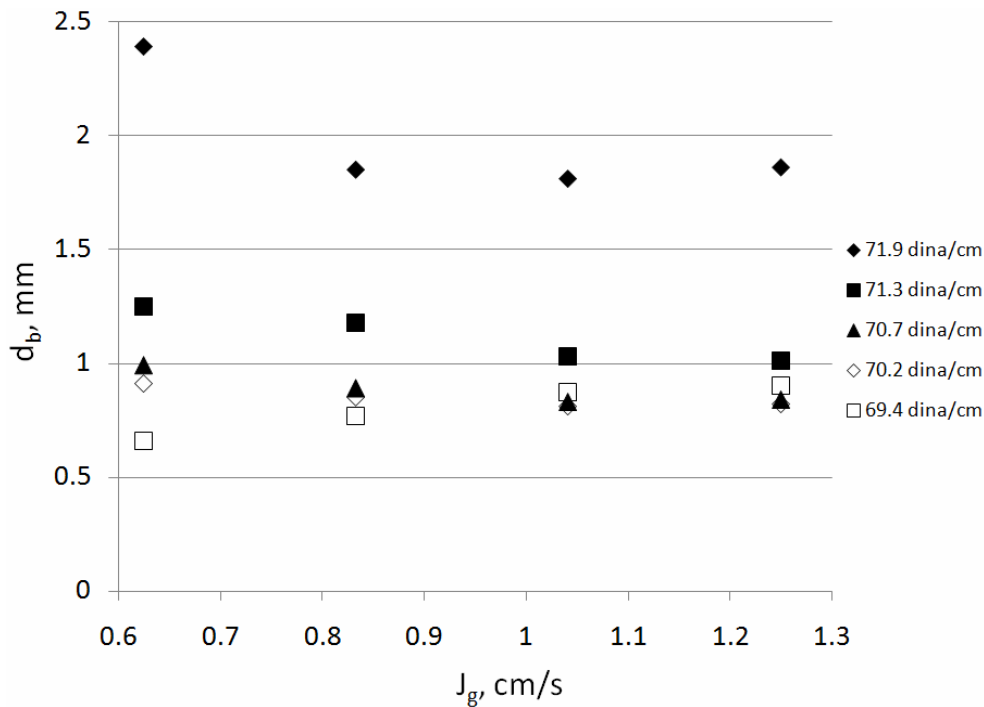


Fig. 8. Efecto de la velocidad superficial del gas en el tamaño de burbuja producida en una celda de flotación sub-aireada.

En relación al flujo de gas inyectado al dispersor, éste se relaciona con la energía cinética que se disipa, lo que significa que al aumentar el flujo de aire alimentado al dispersor se formará más superficie interfacial vapor-líquido, reflejándose en el incremento del número de burbujas y la disminución del diámetro de las mismas. Este efecto se muestra en la Fig. 8.

Se observa que cuando la tensión superficial del líquido es elevada, el diámetro de la burbuja que se produce es afectado de manera más notoria por la velocidad superficial del gas, sin embargo, cuando la concentración de espumante es mayor que 10 ppm, el diámetro de burbuja es determinado principalmente por la tensión superficial y en menor medida por la velocidad superficial del gas.

Se calculó la energía cinética disipada experimental ( $E_c$  experimental) mediante la ecuación (1) conociendo las características dimensionales del dispersor y con los datos experimentales de flujo superficial de aire y caída de presión dentro del generador de burbujas. Esta energía se relacionó con el diámetro promedio de burbuja y con el área superficial de las mismas como se esquematiza en la Fig. 9. Como se observa, a medida que se incrementa la energía cinética disipada, el tamaño de burbuja disminuye, debido a que se dispone de una cantidad de energía suficiente para crear una superficie mayor, lo cual se ve reflejado en la generación de burbujas de diámetro menor.

También se calculó la energía cinética teórica ( $E_c$  teórica) conociendo las características dimensionales del dispersor y suponiendo valores del flujo volumétrico de gas alimentado al generador de burbujas, de acuerdo a la ecuación (1). La comparación entre las energías cinéticas experimental y teórica se muestra en la Fig. 10.

Se puede apreciar que existe una buena concordancia entre las energías cinéticas experimental y teórica, por lo que se deriva que con el conocimiento de las características dimensionales de este tipo de dispersor y las propiedades físico-químicas del medio, es posible predecir o diseñar tamaños de burbuja.

Del tratamiento estadístico de los datos experimentales se deriva la siguiente ecuación lineal de correlación entre el diámetro promedio de burbuja ( $d_b$ ) y las velocidades superficiales de gas ( $J_g$ ) y de líquido ( $J_l$ ), la tensión superficial del medio ( $\sigma$ ) y la caída de presión en el dispersor ( $\Delta p$ ). La ecuación para el modelo empírico se presenta a continuación:



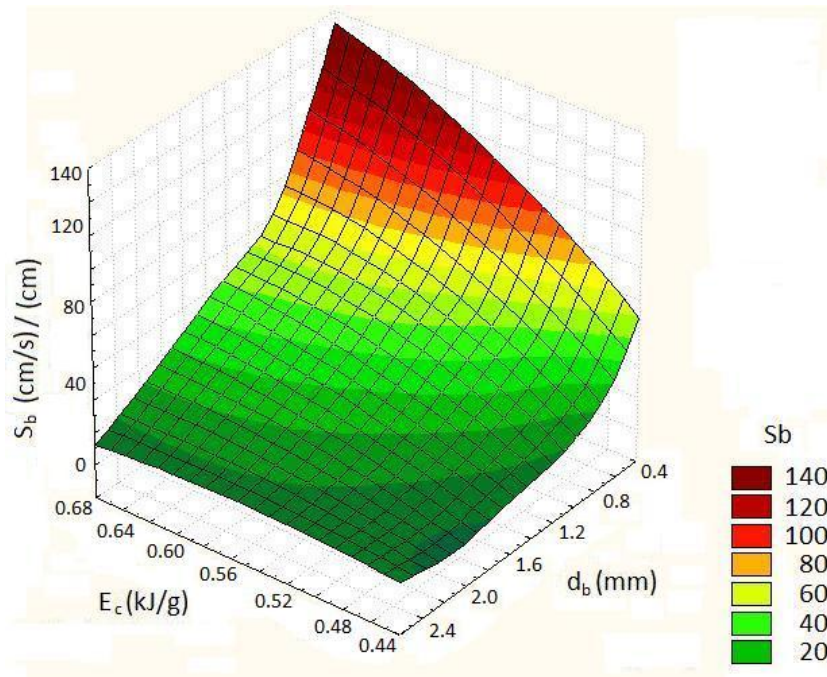


Fig. 9. Efecto de la energía cinética disipada en el diámetro de burbuja y el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ).

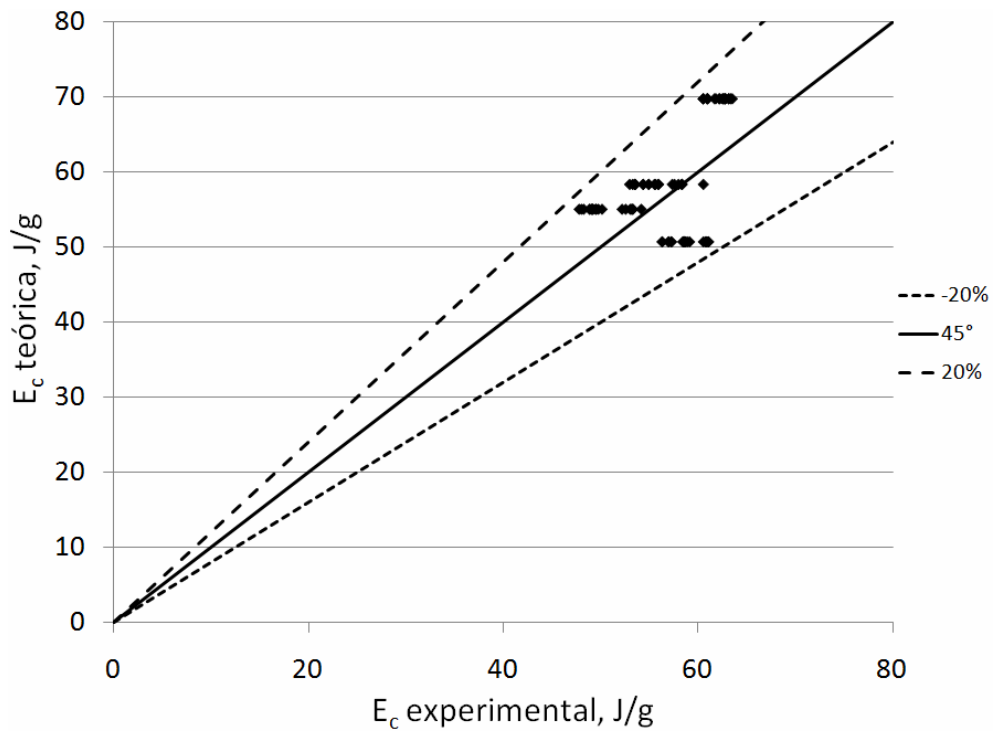


Fig. 10. Comparación entre la energía cinética determinada experimentalmente y la estimada de las consideraciones geométricas del dispersor.

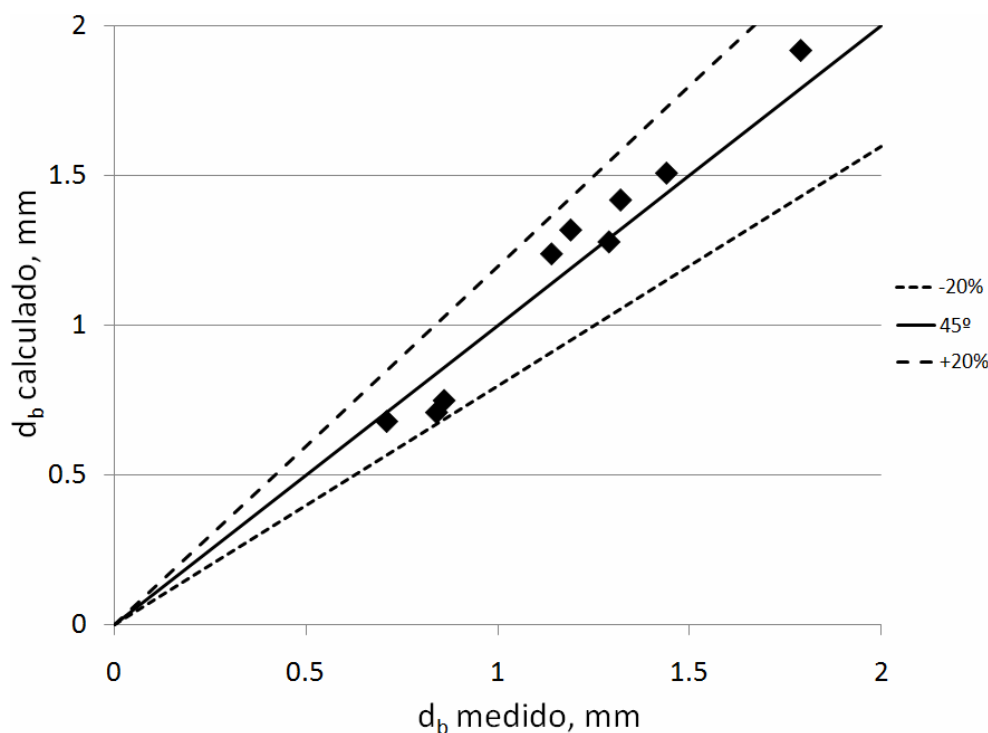


Fig. 11. Comparación entre los diámetros de burbuja medidos (fotográfica-análisis de imágenes) y calculado de las predicciones del modelo, ecuación (3).

$$d_b = -14.47 - 0.033J_g - 0.013J_l + 0.206\Delta P + 0.218\sigma \quad (2)$$

En la ecuación anterior, el término  $\Delta P$  puede ser sustituido a partir de la ecuación (1), para obtener una expresión en términos de las características físicas del dispersor de gas (relación de radios del orificio de descarga del dispersor). La expresión obtenida es la siguiente:

$$d_b = -14.47 - 0.033J_g - 0.013J_l + \frac{0.206}{\rho_1 + \rho_2} \left[ P_2\rho_2 - P_1\rho_1 - \frac{\rho_1\rho_2 Q^2}{2\pi^2 R^4} \left( \frac{2r^2 R^2 - r^4}{(r^2 - R^2)^2} \right) \right] + 0.218\sigma \quad (3)$$

### 3.2. Validación del modelo en la columna de flotación piloto

El modelo expresado por la ecuación (3), se validó en sus predicciones contra la medición directa del tamaño de las burbujas que se generan al utilizar nuevamente la sonda de toma de muestras de las dispersiones de gas y el correspondiente análisis de imágenes. En la Fig. 11 se comparan los diámetros promedio de burbuja medidos contra los calculados mediante el modelo de la ecuación (3). Se puede observar que el modelo predice el tamaño de las burbujas con un error menor al 20% en todos los casos, lo cual es aceptable desde el punto de vista de su aplicación en ingeniería.

## 4. CONCLUSIONES

Se llevaron a cabo mediciones experimentales de tamaño de burbuja y fracción volumétrica de gas retenido, a dispersiones de gas generadas mediante inyectores de gas tipo jet con orificio de abertura de descarga variable. Del análisis de los resultados se derivan las siguientes conclusiones.

1. Es posible controlar y predecir el tamaño de las burbujas producidas en un sistema de flotación (aire-agua; sin sólidos) con el inyector de gas utilizado en el presente trabajo. Su diseño permite

medir y controlar la presión en su interior, controlando la dimensión del orificio anular de descarga del gas.

2. Se desarrolló un modelo matemático empírico que predice el tamaño de las burbujas a partir de la dimensión del orificio anular de descarga del dispersor de gas, la velocidad superficial del gas, la velocidad superficial de líquido y la tensión superficial del medio:
3. Un incremento en la velocidad superficial del gas resulta en la disminución del tamaño de la burbuja, en un aumento en la fracción del gas retenido y en un incremento en el área superficial de flujo de burbujas; este comportamiento es debido a la cantidad de energía cinética del gas que se disipa para crear una nueva área superficial de la interfase vapor-líquido.
4. El modelo de arrastre presenta errores mayores al 20% en la predicción del tamaño de burbuja en la celda de flotación sub-aireada en comparación con el método fotográfico; en contraste, en la columna de flotación el modelo presenta errores menores al 15%; estas diferencias se atribuyen a los tipos de mezclado entre estos dos procesos de flotación. En el caso de la celda de flotación, se tiene un mezclador cercano al caso perfecto, como lo indican los valores del número de dispersión (entre 3.8 y 5.8), mientras que la columna de flotación se acerca más a un mezclador tipo pistón como lo sugiere el valor del número de dispersión (entre 0.4 y 0.6).

## REFERENCIAS

- [1] Kulkarni, A.A., Joshi, B.J., "Bubble formation and bubble rise velocity in gas – liquid systems: a review", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **44**, 5873-5931 (2005)
- [2] Majumder, S.K., Kundu, G., Mukherjee, D., "Bubble size distribution and gas – liquid interfacial area in a modified downflow bubble column", *Chemical Engineering Journal*, **122**, 1-10 (2006)
- [3] Polli, M., Di Stanislao, M., Bagatin, R., Bakr, E.A., Masi, M., "Bubble size distribution in the sparger region of bubble columns", *Chemical Engineering Science*, **57**, 197-205 (2002)
- [4] Colella, D., Vinci, D., Bagatin, R., Masi, M., Bakr, E.A., "A study on coalescence and breakage mechanisms in three different bubble columns", *Chemical Engineering Science*, **54**, 2331(1999) Como se reporta en: Polli, M., Di Stanislao, M., Bagatin, R., Bakr, E.A., Masi, M., "Bubble size distribution in the sparger region of bubble columns", *Chemical Engineering Science*, **57**, 197-205 (2002)
- [5] Barigou, M., Greaves, M., "Bubble-size distributions in a mechanically agitated gas-liquid contactor", *Chemical Engineering Science*, **47**(8), 2009-2025 (1992)
- [6] Cho, Y.S., Laskowski, J.S., "Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability", *International Journal of Mineral Processing*, **64**, 69-80 (2002)
- [7] Grau, R.A., Laskowski, J.S., Heiskanen, K., "Effect of frothers on bubble size", *International Journal of Mineral Processing*, **76**, 225-233 (2005)
- [8] Grau, R.A., Laskowski, J.S., "Role of frothers in bubble generation and coalescence in a mechanical flotation cell", *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **84**, 170-182 (2006)
- [9] Camarasa, E., Vial, C., Pincin, S., Wild, G., Midoux, N., Bouillard, J., "Influence of coalescence behaviour of the liquid and of gas sparging on hydrodynamics and bubble characteristics in a bubble column", *Chemical Engineering Processing*, **38**, 329-344 (1999)
- [10] Tse, K.L., Martin, T., McFarlane, C.M., Nienow, A.W., "Small bubble formation via a coalescence dependent break-up mechanism", *Chemical Engineering Science*, **58**, 275-286 (2003)
- [11] Tavera, F.J., Escudero, R., "Gas hold-up and solids hold-up in flotation columns: on-line measurements based on electrical conductivity", *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy*, **111**, C94-99 (2002)
- [12] Maxwell, J.C., *A treatise of electricity and magnetism*, 3<sup>rd</sup> edition., vol. 1, part II, Oxford: Oxford University Press (1892)
- [13] Tavera, F.J., "Industrial prove development for measuring superficial gas velocities in flotation systems", *Industrial Seminar*, Noranda Research Center, Point Claire, Quebec, Canada (1997)
- [14] Escudero, R., "Modelos matemáticos comúnmente empleados en sistemas de dispersión para estimar las características de las mismas", *Seminario de Desarrollo Profesional y Programa de Capacitación y Adiestramiento*, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México (2007)

- [15] Escudero, R., Gómez, C.O., Finch, J.A., “Determining equivalent pore diameter for rigid porous spargers”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, **78**(4), 785-792 (2000)
- [16] Grau, R.A., PhD Thesis, Helsinki University of Technology, Finland (2006)
- [17] Tavera, F.J., Escudero, R., Finch, J.A., “Gas hold-up in a flotation column: laboratory measurements”, *International Journal of Miner. Process.*, **61**, 23-40 (2001)

### **BALANCE OF BERNOULLI’S EQUATION AND BUBBLES GENERATION THROUGH A JET TYPE DISPERSOR**

**Abstract** – In the gas-liquid and gas-liquid-solid systems where chemical reactions and mass transfer phenomena take place, the efficiency of such process depends on the characteristics of the dispersions. Four jet spargers with variable gas discharge were installed in both a flotation laboratory cell and a 0.50 m flotation column, in order to produce a gas dispersion in liquid media. Experimental data of bubble diameter, gas holdup, and bubble surface area rate were obtained. The average Sauter bubble diameter was measured for every experimental point through the photography-image analysis technique, whereas the estimated bubble diameter was calculated by applying the drift flux model. The gas holdup was measured through a sensor based on conductivity. A mathematical from experimental data was derived relating the bubble diameter with the pressure drop inside the bubble generator, the superficial flowrate in the tailings stream, the surface tension of the media, and the dimensional characteristics of the sparger. The model was validated by running a set of experiments in a 0.50 m flotation column with the same four spargers installed. Experimental results show that there is possible to scale-up or design bubbles for a given application using the spargers described in this work.

**Keywords** – Jet spargers, Bubble diameter, Flotation columns, Cell column, Image analysis.