



DETECCIÓN E IDENTIFICACIÓN DE FISURAS EN VIGAS ROTATORIAS ESBELTAS A BAJA VELOCIDAD MEDIANTE PARÁMETROS MODALES Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES

BELÉN MUÑOZ-ABELLA, LOURDES RUBIO, PATRICIA RUBIO

Universidad Carlos III de Madrid
Departamento de Ingeniería Mecánica
Av. de la Universidad 30, 28911, Leganés, Madrid, España

(Recibido 17 de agosto de 2023, para publicación 16 de septiembre de 2023)

Resumen – Las vigas rotatorias son simplificaciones de componentes mecánicos más complejos, característicos de áreas estratégicas, como, por ejemplo, palas de aerogeneradores o palas de helicópteros. Si la viga presenta una fisura, esta modifica el comportamiento dinámico de la misma y modifica los valores de los parámetros modales, entre ellos, las frecuencias naturales. En este trabajo se presenta el estudio teórico de una Red Neuronal Artificial (RNA), realizada mediante el software comercial MATLAB, para la detección e identificación de fisuras de frente recto en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas de palas de aerogeneradores, basada en los cambios en las frecuencias naturales del componente. Los datos de entrada a la Red Neuronal Artificial se han obtenido a partir de un modelo analítico del comportamiento dinámico de la viga rotatoria fisurada con el que se pueden calcular los valores de las frecuencias naturales de vibración en un plano perpendicular al de giro (*flapwise*), en función de la velocidad de giro, la esbeltez de la viga y del radio del cubo que separa el extremo de la viga del eje de giro.

Palabras clave – Redes neuronales artificiales, vigas rotatorias fisuradas, frecuencias naturales, vigas Euler-Bernoulli, detección e identificación de fisuras.

1. INTRODUCCIÓN

Las vigas rotatorias son simplificaciones de componentes mecánicos más complejos, característicos de áreas estratégicas como las industrias de la energía y el transporte. Las palas de los aerogeneradores, las palas de los helicópteros y los rotores abiertos son ejemplos de este tipo de elementos mecánicos que pueden modelarse como vigas rotatorias.

Debido a defectos de fabricación o a las condiciones de trabajo, junto con los ambientes agresivos en los que operan, en los componentes mecánicos pueden aparecer y propagarse grietas que afectan gravemente a su integridad estructural. Si la fisura se detecta cuando es incipiente el elemento dañado se puede sustituir sin importantes secuelas. Sin embargo, la detección de las fisuras en el estado inicial no es una tarea sencilla, una vez que éstas han aparecido, su velocidad de propagación crece exponencialmente y en pocos días se puede producir la rotura catastrófica. Por lo tanto, con el fin de reparar o sustituir el elemento antes de que se produzca el fallo irreversible, es muy importante disponer de técnicas que permitan tanto la detección de las fisuras como la estimación de su posición y tamaño. Sin embargo, el número de trabajos sobre el comportamiento de palas rotatorias fisuradas es reducido [1-6].

La presencia de la fisura modifica el comportamiento dinámico de la viga y, entre otros, modifica los valores de las frecuencias naturales, por lo que su variación es habitualmente utilizada para determinar la aparición de un defecto. En el caso de las vigas rotatorias, el comportamiento dinámico, tanto en el plano de giro, *chordwise*, como fuera de él, *flapwise*, depende de la fuerza centrífuga que aparece debida a la rotación, y que es variable con la distancia al centro de giro. La aparición de esta fuerza introduce un aumento de la frecuencia natural en ambos planos [1,7]. Por otra parte, si la viga giratoria contiene una fisura, se produce un aumento de la flexibilidad que se traduce en la disminución de las frecuencias naturales. La

compensación de ambos efectos puede dificultar la detección del daño [1,3,8]. Además, en el caso de vigas rotando a bajas velocidades, menores de 10 rad/s, se observa que el comportamiento de las frecuencias naturales en función de la velocidad de giro es diferente del que se tiene en el caso de velocidades de giro más elevadas [8], por lo que es necesario realizar estudios específicos para estos regímenes de giro.

Por otra parte, las Redes Neuronales Artificiales (RNA) son herramientas frecuentemente utilizadas en el ámbito de la Ingeniería Mecánica, debido a la gran cantidad de aplicaciones que tienen, tales como clasificación, reconocimiento de patrones, estimación u optimización. Más concretamente, en el campo de la detección e identificación de defectos se puede encontrar numerosa bibliografía al respecto [9-12].

En este trabajo se presenta el estudio teórico de una aplicación de Redes Neuronales Artificiales, realizada mediante el software comercial MATLAB, para la identificación y localización de fisuras de frente recto en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas, por ejemplo, de palas de aerogeneradores, basada en los cambios que se producen en las frecuencias naturales del componente en la dirección perpendicular al plano de giro.

Los datos de entrada a las RNA se han obtenido a partir de un modelo matemático del comportamiento dinámico de la viga rotatoria fisurada [8,13], con el que se pueden calcular los valores de las frecuencias naturales de vibración en un plano perpendicular al de giro (*flapwise*), en función de la velocidad de giro, la esbeltez de la viga, el radio del cubo que separa el extremo de la viga del eje de giro y las características de la fisura (posición y tamaño). La metodología propuesta permitiría estimar la posición y el tamaño de la fisura para vigas rotatorias fisuradas tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, permitiendo así estimar la vida remanente del componente y establecer adecuados planes de mantenimiento.

2. METODOLOGÍA PROPUESTA

2.1. Formulación del problema directo

Se considera una viga Euler-Bernoulli fisurada, uniforme, cuya sección rectangular, con doble simetría, es un rectángulo que tiene altura H , espesor b y longitud L . Esta viga gira con velocidad angular constante Ω alrededor del eje de revolución Z' . La fisura es de frente recto, con profundidad a , está situada a una distancia Xc de la unión entre el cubo y la viga, punto O , que es el origen del sistema de referencia XYZ . Por otra parte, R es el radio del cubo unido a la viga. En la Fig. 1 se muestra el esquema de la viga fisurada.

En este trabajo se considera únicamente la vibración que se produce en el plano perpendicular al de giro, *flapwise*, es decir, el desplazamiento W que se muestra en la Fig. 1.

La ecuación diferencial que gobierna el movimiento de una viga rotatoria sin fisura (1) es una ecuación de cuarto orden que se puede obtener usando la segunda ley de Newton [14].

$$\rho A \frac{\partial^2 W(X,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 W(X,t)}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(P(X) \frac{\partial W(X,t)}{\partial X} \right) = 0 \quad (1)$$

donde t es el tiempo, ρ es la densidad del material, E es el módulo de Young, A es el área de la sección rectangular e I es el momento de inercia de la misma. $P(X)$ es la fuerza centrífuga que aparece en dirección axial como consecuencia del giro, que se puede calcular mediante la expresión (2).

$$P(X) = \int_X^L \rho A \Omega^2 (X + R) dX \quad (2)$$

donde Ω es la velocidad de giro de la viga.

Considerando las variables adimensionalizadas (3), la expresión (1) se transforma en (4).

$$\xi = \frac{x}{L}; r = \frac{R}{L}; \alpha = \frac{a}{H}; \mu = \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \omega; M = \sqrt{\frac{\rho A L^4}{EI}} \Omega; S_L = \sqrt{\frac{AL^2}{I}} \quad (3)$$

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left(\left(r(1 - \xi) + \frac{1}{2}(1 - \xi^2) \right) \frac{dw}{d\xi} \right) - \mu^2 w = 0 \quad (4)$$

La solución de la ecuación que gobierna el movimiento de la viga se puede formular según la expresión (5), donde ω es la frecuencia natural del sistema.

$$W(x, t) = Lw(x)e^{i\omega t} \tag{5}$$

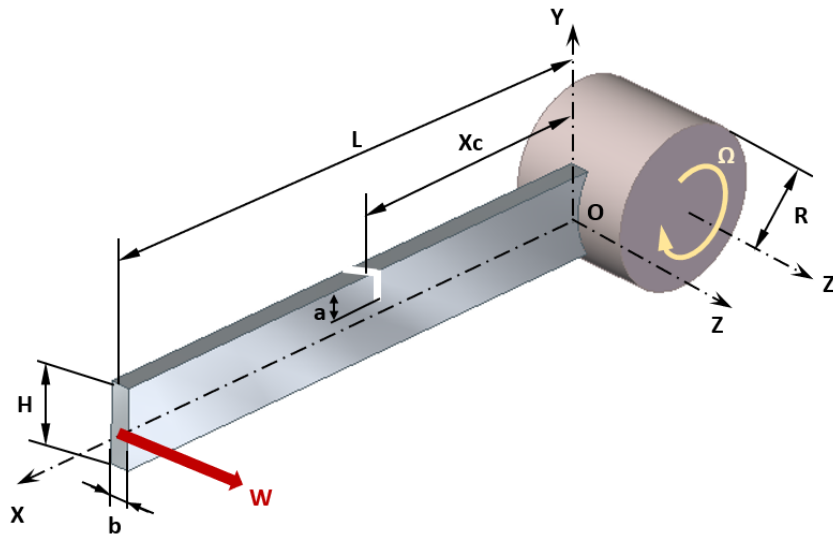


Fig. 1. Esquema de la viga rotatoria fisurada.

En el caso de la viga fisurada, esta se puede modelar mediante la unión de 2 vigas intactas conectadas entre sí mediante un muelle sin masa cuya rigidez K es igual a la que introduce la fisura (ver Fig. 2). De acuerdo con [15], K se calcula mediante la expresión (6).

$$\frac{1}{K} = \frac{6\pi(1 - \nu^2)h\phi(\alpha)}{EI}$$

$$\phi(\alpha) = 0.6272\alpha^2 - 0.04533\alpha^3 + 4.5948\alpha^4 - 9.9736\alpha^5 + 20.2948\alpha^6 - 33.031\alpha^7 + 47.1063\alpha^8 - 40.7556\alpha^9 + 19.6\alpha^{10} \tag{6}$$

donde ν es el coeficiente de Poisson del material.

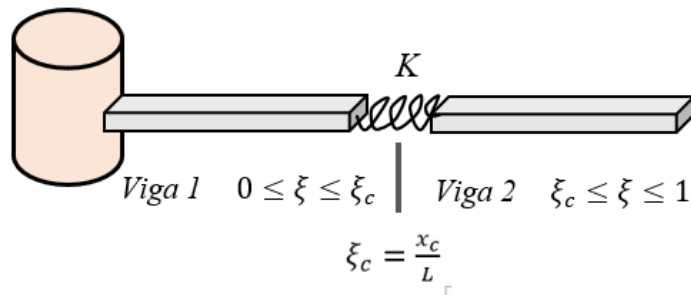


Fig. 2. Esquema del modelo de la viga fisurada mediante la unión de 2 vigas intactas.

La ecuación de movimiento de una viga intacta (4) se convierte en (7) para una viga fisurada

$$\frac{d^4w_1}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left(\left(r(1 - \xi) + \frac{1}{2}(1 - \xi^2) \right) \frac{dw_1}{d\xi} \right) - \mu^2 w_1 = 0 \quad 0 \leq \xi \leq \xi_c$$

$$\frac{d^4w_2}{d\xi^4} - M^2 \frac{d}{d\xi} \left(\left(r(1 - \xi) + \frac{1}{2}(1 - \xi^2) \right) \frac{dw_2}{d\xi} \right) - \mu^2 w_2 = 0 \quad \xi_c \leq \xi \leq 1 \tag{7}$$

Para completar el planteamiento del problema es necesario definir las condiciones de contorno (8) y de compatibilidad en la sección fisurada (9):

$$w_1(0) = 0 \quad ; \quad \frac{dw_1(0)}{d\xi} = 0 \quad ; \quad \frac{d^2w_2(1)}{d\xi^2} = 0 \quad ; \quad \frac{d^3w_2(1)}{d\xi^3} = 0 \quad (8)$$

$$w_1(\xi_c) = w_2(\xi_c) \quad ; \quad \frac{dw_2(\xi_c)}{d\xi} - \frac{dw_1(\xi_c)}{d\xi} = \frac{1}{k_c} \frac{d^2w_2(\xi_c)}{d\xi^2} \quad (9)$$

$$\frac{d^2w_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2w_2(\xi_c)}{d\xi^2} \quad ; \quad \frac{d^3w_1(\xi_c)}{d\xi^3} = \frac{d^3w_2(\xi_c)}{d\xi^3}$$

Siendo k_c :

$$k_c = \frac{K}{EI} \quad (10)$$

2.2. Resolución de la ecuación de movimiento

La resolución de la ecuación consiste en abordar el problema de valores propios, de forma que los valores μ que se obtienen son aquellos proporcionan una solución no trivial a la ecuación de movimiento junto con las condiciones de contorno y compatibilidad. En el problema abordado en este trabajo solo se han considerado los dos primeros, μ_1 y μ_2 .

En este estudio, la resolución de la ecuación de movimiento de la viga fisurada se aborda utilizando el método de Frobenius [1,14,16], de forma que la solución de la ecuación diferencial se expresa en forma de series de potencias (11).

$$f(\xi, j) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1}(j) \cdot \xi^{j+n} \quad (11)$$

donde $a_{n+1}(j)$ son los coeficientes de la serie y j es un exponente indeterminado. La función $f(\xi, j)$ representa tanto a w_1 como a w_2 , ya que ambas expresiones son idénticas antes de aplicar las condiciones de contorno y compatibilidad en la sección fisurada.

Sustituyendo (11) en (8) se obtienen la ecuación indicial (12) y la relación de recurrencia (13).

$$j(j-1)(j-2)(j-3) = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_{n+5}(j) &= \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+3}(j) - \\ &- \frac{M^2 r(k+n+1)}{(j+n+2)(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+2}(j) - \\ &- \frac{\frac{1}{2}M^2(j+n)(j+n+1) - \mu^2}{(j+n+1)(j+n+2)(j+n+3)(j+n+4)} a_{n+1}(j) \end{aligned} \quad (13)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} a_1(j) &= 1 \\ a_2(j) &= 0 \\ a_3(j) &= \frac{M^2 \left(\frac{1}{2} + r\right)}{(j+1)(j+2)} \\ a_4(j) &= \frac{-M^2 r j}{(j+1)(j+2)(j+3)} \end{aligned} \quad (14)$$

Las 4 raíces de la ecuación indicial (12) son $j=0, 1, 2$ y 3 . A partir de estas raíces se obtienen 4 soluciones linealmente independientes (15).

$$\begin{aligned}
f(\xi, 0) &= 1 + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{2} \xi^2 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(0) \cdot \xi^{n+4} \\
f(\xi, 1) &= \xi + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{6} \xi^3 - \frac{M^2 r}{24} \xi^4 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(1) \cdot \xi^{n+5} \\
f(\xi, 2) &= \xi^2 + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{12} \xi^4 - \frac{M^2 r}{30} \xi^5 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(2) \cdot \xi^{n+6} \\
f(\xi, 3) &= \xi^3 + \frac{M^2(\frac{1}{2}+r)}{20} \xi^5 - \frac{M^2 r}{40} \xi^6 + \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+5}(3) \cdot \xi^{n+7}
\end{aligned} \tag{15}$$

La solución de las ecuaciones diferenciales de movimiento de cada una de las 2 partes de la viga fisurada, $F_1(\xi)$ y $F_2(\xi)$, se pueden escribir como combinación de las expresiones (15), teniendo en cuenta que la función $f(\xi, j)$ representa tanto a w_1 como a w_2 .

$$\begin{aligned}
F_1(\xi) &= C_1 w_1(\xi, 0) + C_2 w_1(\xi, 1) + C_3 w_1(\xi, 2) + C_4 w_1(\xi, 3) & 0 \leq \xi \leq \xi_c \\
F_2(\xi) &= C_5 w_2(\xi, 0) + C_6 w_2(\xi, 1) + C_7 w_2(\xi, 2) + C_8 w_2(\xi, 3) & \xi_c \leq \xi \leq 1
\end{aligned} \tag{16}$$

$C_1 - C_8$ son constantes que se calculan aplicando las condiciones en (8) y (9).

La viga fisurada estudiada tiene longitud $L = 0.7 \text{ m}$ y espesor $b = 10 \text{ mm}$, módulo de elasticidad $E = 210 \text{ GPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$ y densidad $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

A partir del modelo analítico desarrollado se han calculado las 2 primeras frecuencias naturales adimensionales de la viga fisurada, μ_1 y μ_2 , en función de diferentes valores de otros parámetros del sistema, que se describen a continuación.

- Esbeltez de la viga: $S_L = 70, 120, 170, 220$.
- Radio del cubo: $r = 0, 0.1, 0.2$ y 0.3 .
- Posición de la fisura: $\xi_c = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ y 0.9 .
- Profundidad de la fisura: $\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ y 0.5 .
- Velocidad de giro: $\Omega = 0, 2, 4, 6, 8$ y 10 rad/s .

La combinación de estos parámetros ha permitido calcular 4320 casos que se han utilizado para formular las RNA, objetivo de este trabajo, tal y como se explica en apartados posteriores.

A partir de las frecuencias calculadas y con el fin de conocer su comportamiento general en función de los diferentes parámetros, en las Fig. 3 y 4 se pueden ver los valores de μ_1 y μ_2 , para todos los valores de α y ξ_c considerados y valores medios del resto de los parámetros: $S_L = 120$, $r = 0.2$ y $\Omega = 6 \text{ rad/s}$. Para el resto de valores de esbeltez, radio del cubo y velocidad angular la forma de las gráficas es similar.

En el caso de la primera frecuencia natural, ver Fig. 3, se observa, como cabía esperar, que el valor de la frecuencia disminuye con el crecimiento de la fisura y el efecto de la misma es menor cuanto más alejada se encuentra del eje de giro.

En cuanto a la segunda frecuencia natural, se puede ver en la Fig. 4 que el valor de la frecuencia también disminuye con el crecimiento de la fisura, pero, atendiendo a su posición, alcanza el mínimo cuando la fisura se encuentra en la sección media de la viga.

2.3. Problema inverso. Redes neuronales artificiales

Una vez resuelto el problema directo, es decir, la obtención de las frecuencias naturales en función de los parámetros característicos de la viga rotatoria y de la fisura, se ha abordado el problema inverso, estimación de las características de la fisura a partir del conocimiento de las frecuencias naturales del sistema, mediante la aplicación de RNA.

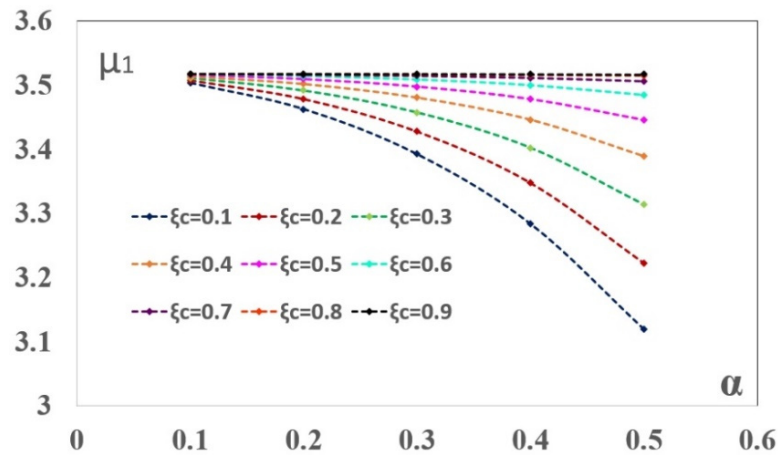


Fig. 3. Variación de μ_1 en función de posición y tamaño de la fisura para el caso $S_L = 120$, $r=0.2$ y $\Omega = 6$ rad/s.

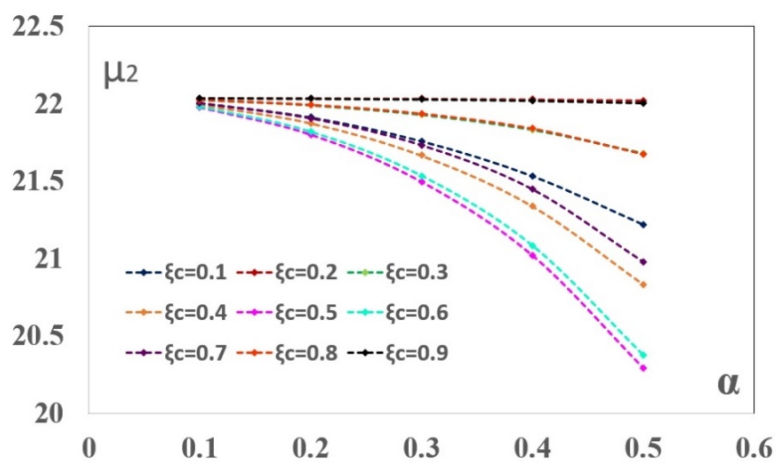


Fig. 4. Variación de μ_2 en función de posición y tamaño de la fisura para el caso $S_L = 120$, $r=0.2$ y $\Omega = 6$ rad/s.

Las RNA son herramientas flexibles y robustas, ampliamente utilizadas en el ámbito de la Ingeniería Mecánica, ya que permiten, entre otras muchas aplicaciones, establecer modelos de regresión cuando las relaciones entre variables son no lineales [17], tal y como ocurre en el caso del comportamiento dinámico de una viga rotatoria fisurada.

Las RNA están formadas por un gran número de unidades básicas de procesamiento denominadas neuronas, que imitan las neuronas biológicas y, como ellas, están interconectadas entre sí. Cada una de las neuronas puede tener varias entradas, E_i , provenientes del exterior o de las salidas de otras neuronas. La salida, S , se obtiene a partir de una función de activación, f , que se aplica al sumatorio de todas las entradas multiplicadas por sus correspondientes pesos, p_i , más un valor de umbral, u , que limita el valor de la salida. Por lo tanto, la relación entre las entradas E_i y la salida S puede escribirse según la expresión (17).

$$S = f(\sum p_i \cdot E_i + u) \quad (17)$$

Además, en la Fig. 5 se muestra el esquema de una neurona aislada.

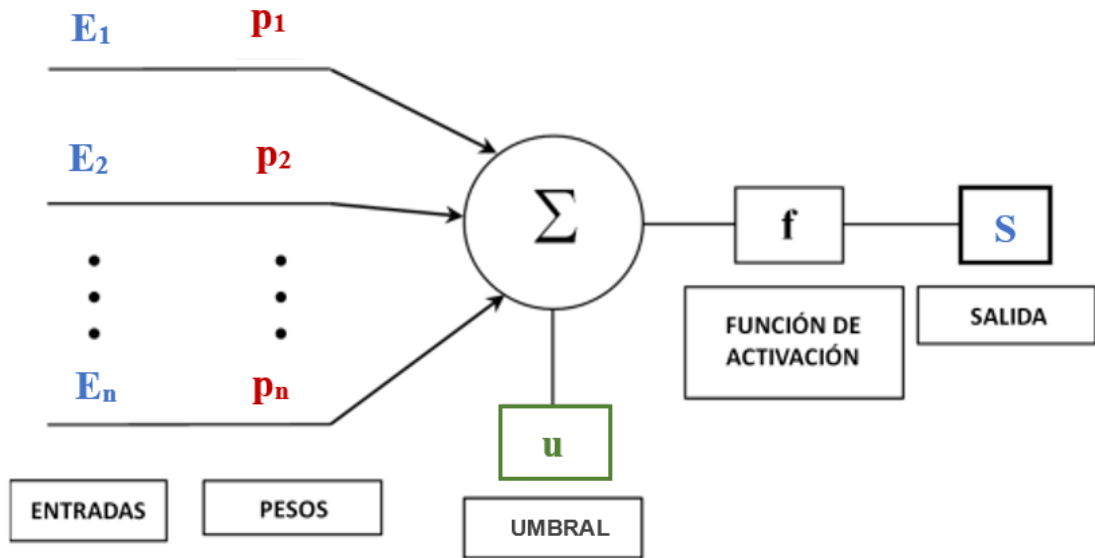


Fig. 5. Esquema de una neurona.

En este tipo de redes, las neuronas se agrupan en 3 tipos de capas según su posición, denominadas capas de entrada, ocultas y de salida. La primera está formada por neuronas conectadas con los datos externos, las segundas procesan y propagan la información de la capa de entrada y, por último, la capa de salida ofrece los resultados deseados.

Los 4320 casos disponibles, calculados previamente, se han dividido aleatoriamente en 3 grupos, utilizados para entrenamiento, validación y test de la red, compuestos por el 50%, 20% y 30% de los datos, respectivamente.

En primer lugar, se realiza el entrenamiento de la red, que consiste en determinar mediante un proceso iterativo los pesos y umbrales óptimos para encontrar la relación existente entre los datos de entrada y los de salida. En este caso se ha utilizado el algoritmo de aprendizaje supervisado hacia adelante por retropropagación Levenberg-Marquardt, que consiste en procesar las entradas, obtener las salidas correspondientes y compararlas con las salidas deseadas hasta que el error entre salidas deseadas y obtenidas por la red es inferior a un valor predeterminado. Simultáneamente al proceso de entrenamiento, para cada paso de cálculo, se realiza una validación, que consiste en utilizar la red calculada hasta ese momento para estimar salidas de datos diferentes a los usados durante el entrenamiento y, por último, una vez determinados los pesos y umbrales óptimos, se realiza un proceso de test de la red, en el que se utiliza un nuevo conjunto de datos de entradas y salidas, diferentes a los utilizados anteriormente.

El algoritmo desarrollado en este trabajo consta de una red perceptrón multicapa, MLP por sus siglas en inglés, que permite estimar tanto el tamaño como la posición de la fisura a partir de los datos de entrada. En la Fig. 6 se muestra el esquema de la red desarrollada en la que se pueden ver sus entradas y salidas.

En cuanto a las funciones de activación f , se ha usado la función tangente hiperbólica en todas las capas, excepto en la capa de salida, en la que se ha utilizado una función lineal.

El número adecuado de capas y neuronas se ha determinado mediante un estudio de diferentes arquitecturas de RNA. Las variables utilizadas para comprobar la precisión de cada arquitectura han sido, para el total de los $n=4320$ casos, el error cuadrático medio (ECM), calculado según la expresión (18), la suma de los cuadrados de los residuos (SCR), según la ecuación (19), y el coeficiente de correlación R^2 .

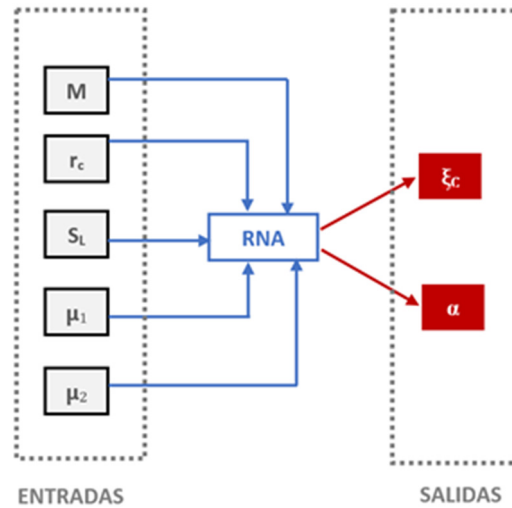


Fig. 6. Esquema de la RNA perceptrón multicapa desarrollada.

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i^{est} - y_i)^2 \quad (18)$$

$$SCR = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^{est}) \quad (19)$$

donde y_i es el valor real de la variable, ζc o α , e y_i^{est} es el valor estimado de la red para cada caso. En la Tabla 1 se muestran los resultados del estudio para determinar la arquitectura de la red. La primera columna indica la estructura de la red, 5 neuronas en la capa de entrada que se corresponden con las 5 entradas de la red. A continuación, las capas ocultas, cada número es una capa y su valor el número de neuronas que la componen y, por último, 2 neuronas en la capa de salida, correspondientes con las salidas, ζc y α . De acuerdo a los resultados obtenidos se ha elegido la red formada por 2 capas ocultas con 20 neuronas cada una de ellas, que es la que presenta menor error.

Tabla 1. Estudio de la arquitectura de la red.

Arquitectura de la RNA	ζc		
	ECM	SCR	R ²
[5 10 2]	0.0026	11.2851	0.9803
[5 20 2]	0.0015	6.4526	0.9887
[5 10 10 2]	0.0001	0.4884	0.9992
[5 10 20 2]	$2.38 \cdot 10^{-5}$	0.1029	0.9998
[5 20 20 2]	$6.95 \cdot 10^{-7}$	0.003	0.9999
[5 10 10 10 2]	$1.75 \cdot 10^{-6}$	0.007	0.9999
[5 20 10 10 2]	$8.56 \cdot 10^{-6}$	0.037	0.9999
Arquitectura de la RNA	A		
	ECM	SCR	R ²
[5 10 2]	0.0052	22.6286	0.8592
[5 20 2]	0.0037	15.9918	0.9030
[5 10 10 2]	0.0002	0.9913	0.9943
[5 10 20 2]	$1.88 \cdot 10^{-5}$	0.0813	0.9995
[5 20 20 2]	$9.03 \cdot 10^{-7}$	0.0039	0.9999
[5 10 10 10 2]	$1.75 \cdot 10^{-6}$	0.014	0.9999
[5 20 10 10 2]	$8.56 \cdot 10^{-6}$	0.024	0.9999

3. VALIDACIÓN TEÓRICA DEL MODELO PROPUESTO

Con el objetivo de validar la RNA propuesta, en primer lugar, se ha llevado a cabo la comparación de los valores utilizados para el desarrollo de la red, los originales 4320 usados para entrenamiento, validación y test, con los estimados por la misma y, en segundo lugar, para comprobar la robustez y precisión del método, se ha utilizado la RNA propuesta para estimar la posición y tamaño de las fisuras para casos de vigas no utilizadas en la formulación de aquella. En la Fig. 7 se muestra un esquema del procedimiento seguido para el desarrollo y validación teórica de la RNA.

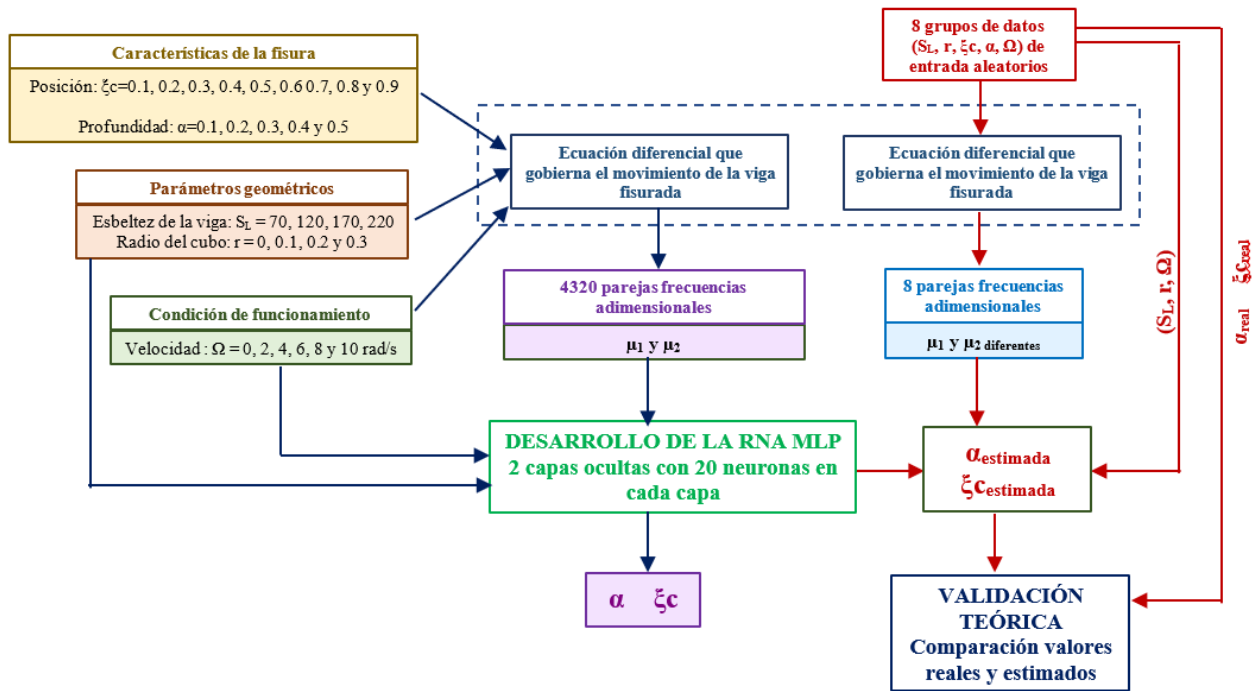


Fig. 7. Esquema del procedimiento seguido para el desarrollo y validación teórica de la RNA.

3.1. Comparación con valores usados en el entrenamiento de la red

En las Fig. 8 y 9 se muestran los valores utilizados en el desarrollo de la red frente a los estimados por la misma para la posición de la fisura (ξ_c) y su profundidad (α), respectivamente. Las rectas rojas representan la situación ideal en la que los valores reales son iguales a los estimados.

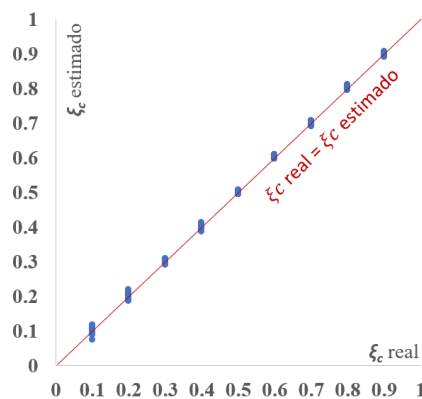


Fig. 8. Comparación entre valores de ξ_c utilizados en el cálculo de la red y ξ_c estimados.

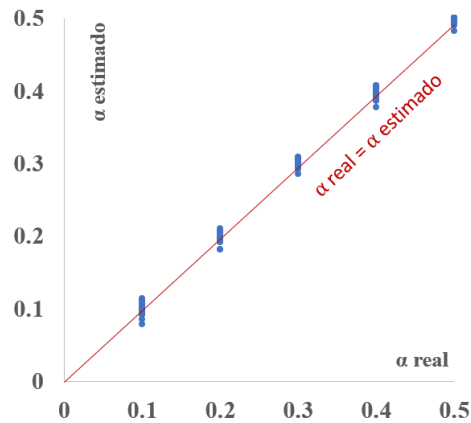


Fig. 9. Comparación entre valores de α utilizados en el cálculo de la red y α estimados.

En la Fig. 8 se puede ver que los datos tienen muy buen ajuste respecto a la recta ideal, aunque el error es mayor para los valores más pequeños de ζ_c , es decir, cuando la fisura está más cercana al cubo.

En cuanto a la estimación del tamaño de la fisura, en la Fig. 9 se puede ver que para este parámetro también se consigue buen ajuste y el error es similar independientemente del tamaño del defecto.

En la Tabla 2 se pueden ver los errores porcentuales en valor absoluto, calculados según la expresión (20), promedio para el conjunto de los casos en los que el valor de ζ_c es el mismo. En la expresión (20) n es el número de datos para cada caso.

La Tabla 3 es similar para cada conjunto de casos con α común.

$$Error (\%) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{(y_i - y_i^{est})}{y_i} 100 \right| \quad (20)$$

Tabla 2. Error promedio para cada caso de ζ_c .

ζ_c	Error (%)
0.1	0.013
0.2	0.005
0.3	0.003
0.4	0.002
0.5	0.001
0.6	0.002
0.7	0.002
0.8	0.002
0.9	0.001

Tabla 3. Error promedio para cada caso de α .

α	Error (%)
0.1	1.61
0.2	1.00
0.3	0.59
0.4	0.43
0.5	0.34

Los valores de los errores corroboran cuantitativamente los resultados de las Fig. 8 y 9. Los errores calculados son pequeños para ambas variables, posición y tamaño de la fisura, el mayor no supera el 2%, aunque son mayores en el caso del tamaño. Por otra parte, en cuanto a la posición del defecto, el error es

más pequeño a medida que la fisura se aleja del cubo y, en el caso de la profundidad, los errores son mayores para las fisuras más pequeñas.

Para completar el estudio de la comparación entre los valores originales y los estimados por la red, se ha realizado el análisis de los residuos. En las Fig. 10 y 11 se muestran las gráficas de los residuos ($y_i^{est} - y_i$) frente a los valores predichos por la red, para ξ_c y α , respectivamente. En ambos casos, los residuos se distribuyen aleatoriamente y no presentan ningún patrón.

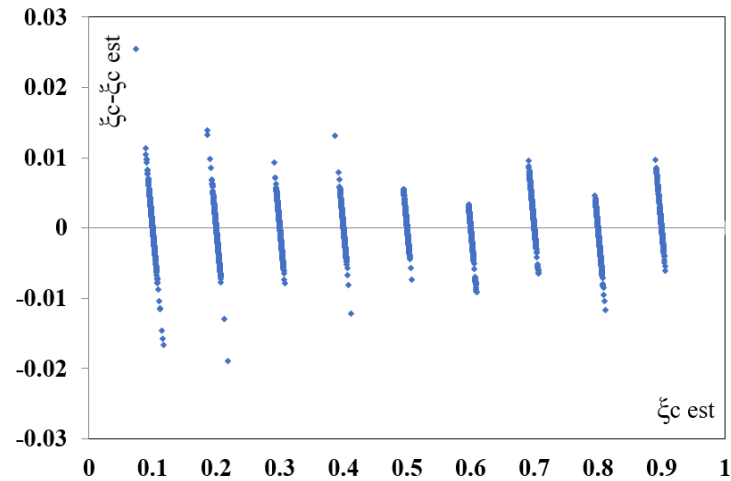


Fig. 10. Valores estimados frente a residuos para la variable ξ_c .

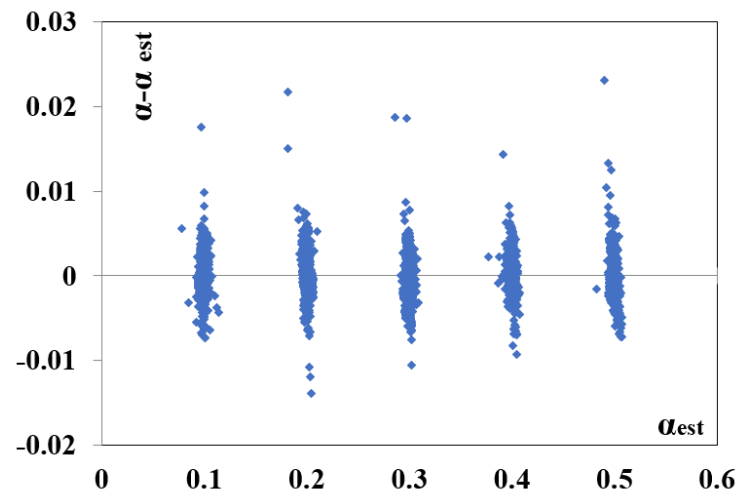


Fig. 11. Valores estimados frente a residuos para la variable α .

3.2. Comparación con valores no usados en el entrenamiento de la red

Con el objetivo de comprobar la robustez y precisión de la RNA propuesta se han elegido aleatoriamente 8 casos de vigas con características diferentes a las utilizadas para su formulación. En la Tabla 4 se muestran los resultados obtenidos. Los datos utilizados son datos teóricos procedentes del modelo de viga de Euler-Bernoulli presentado en el apartado 2.1, validado en trabajos anteriores de los mismos autores [8].

Como se puede ver en la Tabla 4, la estimación ofrece buenos resultados, en ninguno de los casos el error es mayor del 10%. En el caso de la profundidad el máximo es de 8% para $\alpha=0.12$, y en el caso de la posición es de 9% para $\xi_c=0.22$.

Tabla 4. Comparación con valores no usados en la formulación de la RNA.

Ω (rad/s)	S_L	r_c	α	α estimado	ξ_c	ξ_c estimado
5.4	85	0.12	0.17	0.17	0.21	0.20
9.6	210	0.23	0.34	0.34	0.58	0.59
5.8	132	0.08	0.42	0.42	0.68	0.68
6.3	133	0.23	0.12	0.13	0.66	0.65
2.1	75	0.12	0.27	0.27	0.43	0.43
3.4	216	0.01	0.16	0.17	0.89	0.89
8.5	98	0.17	0.48	0.46	0.22	0.20
1.5	106	0.25	0.38	0.35	0.77	0.76

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el estudio teórico inicial, necesario para la posterior aplicación práctica, del desarrollo de una Red Neuronal Artificial (RNA) para la detección e identificación de fisuras en vigas rotatorias tipo Euler-Bernoulli a bajas velocidades, típicas, por ejemplo, de palas de aerogeneradores o palas de helicóptero.

La metodología propuesta, basada en RNA, ofrece muy buenos resultados teóricos en la estimación de la profundidad y la posición de la fisura. Si se comparan las estimaciones obtenidas con los datos empleados para la formulación de las RNA los errores para ambas variables no superan el 2%. Si la comparación se realiza con valores, obtenidos del modelo matemático, diferentes a los usados en el desarrollo de la red, la estimación, como cabía esperar, no es tan buena, pero en ningún caso de los analizados el error supera el 10%.

Como trabajo futuro, la validación de la metodología propuesta se debe completar con una validación experimental. Esto se deberá hacer con un dispositivo experimental que permita variar la velocidad de giro y en el que se realicen ensayos con probetas de diferentes radios de cubo, esbelteces y fisuras de diferente tamaño y posición. Los ensayos proporcionarán, en cada caso, los valores de las frecuencias naturales que servirán de entrada a la RNA desarrollada. Debido a la simplificación de las ecuaciones de partida de comportamiento de la viga y a los errores inevitables de medición en los ensayos, puede ser esperable que los errores que se obtengan en la comprobación práctica sean mayores que los obtenidos teóricamente, aunque siempre dentro de límites aceptables para la validación del método.

En definitiva, la metodología propuesta supone un imprescindible primer paso en el desarrollo de una RNA que permita detectar e identificar fisuras en elementos tan estratégicos en la industria como palas de helicóptero o álabes de turbinas cuando se encuentren girando en condiciones de baja velocidad.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Proyecto financiado por la Agencia Estatal de Investigación (PID2019-104799GB-I00/ AEI / 10.13039/501100011033) por los fondos que han permitido la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] Lee, J.W, Lee, J.Y., “In-plane bending vibration analysis of a rotating beam with multiple edge cracks by using the transfer matrix method”, *Meccanica*, **52**, 1143–1157 (2017)
- [2] Wauer, J., “Dynamics of cracked rotating blades”, *Applied Mechanics Reviews*, **44**, 273-278 (1991)
- [3] Valverde-Marcos, B., Muñoz-Abella, B., Rubio, P., Rubio, L., “Influence of the rotation speed on the dynamic behaviour of a cracked rotating beam”, *Theoretical and applied fracture mechanics*, **117**, 103209 (2022)

- [4] Chen, L.W., Chen, C.L., “Vibration and stability of crack thick rotating blades”, *Computers & Structures*, **28**, 67-74 (1988)
- [5] Yashar, A., Ferguson, N., Ghandchi-Tehrani, M., “Simplified modelling and analysis of a rotating Euler-Bernoulli beam with a single cracked edge”, *Journal of Sound and Vibration*, **420**, 346-356 (2018)
- [6] Banerjee A., Pohit, G., “Crack detection in rotating cantilever beam by continuous wavelet transform”, *Applied Mechanics and Materials*, **592-594**, 2021-2025 (2014)
- [7] Bhat, R.B., “Transverse vibrations of a rotating uniform cantilever beam with tip mass as predicted by using beam characteristic orthogonal polynomials in the Rayleigh-Ritz Method”, *Journal of Sound and Vibration*, **105**(2), 199-210 (1986)
- [8] Muñoz-Abella, B., Rubio, L., Rubio, P., “Closed-Form Solution for the Natural Frequencies of Low-Speed Cracked Euler–Bernoulli Rotating Beams”, *Mathematics*, **10**, 4742 (2022)
- [9] Liu, S.W., Huang, J.H., Sung, J.C., Lee, C.C., “Detection of cracks using neural networks and computational mechanics”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **191**, 2831-2845 (2002)
- [10] Kekan, A.H, Kumar, B.R., “Crack depth and crack location identification using artificial neural network”, *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development*, **9**(2), 699-678 (2019)
- [11] Muñoz-Abella, B., Ruiz-Fuentes, A., Rubio, P., Montero, L., Rubio, L., “Cracked rotor diagnosis by means of frequency spectrum and artificial neural networks”, *Smart Structures and Systems*, **25**(4), 459-469 (2020)
- [12] Chaves, J.S., Lopes, M.L.M., Chavarette, F.R., Parra, F., “Rede neural artificial Artmap-Fuzzy aplicada no reconhecimento de falhas estruturais”, *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, **21**(1), 3-11 (2017)
- [13] Rubio, P., Muñoz-Abella, B., Rubio, L., “Modelo de comportamiento vibratorio de una viga rotatoria fisurada”. *Anales de Ingeniería Mecánica*, Año 22 (2021)
- [14] Banerjee, J.R. “Free vibration of centrifugally stiffened uniform and tapered beams using the dynamic stiffness method”, *Journal of Sound and Vibration*, **233**(5), 857-875 (2000)
- [15] Chondros, T.G., Dimarogonas, A.D., Yao, J., “A continuous cracked beam vibration theory”, *Journal of Sound and Vibration*, **215**, 17-34 (1998)
- [16] Lee, J.W., Lee, J.Y., “Free vibration analysis of a rotating double-tapered beam using the transfer matrix method”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **34**(7), 2731-2744 (2020)
- [17] Haykin, S., *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall (1999)

DETECTING AND IDENTIFYING CRACKS IN LOW-SPEED SLENDER ROTATING BEAMS THROUGH MODAL PARAMETERS AND ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

Abstract – Rotating beams represent simplified forms of more complex mechanical elements, often found in strategic domains like wind turbine or helicopter blades. The presence of a crack within the beam alters its dynamic behaviour, leading to modifications in modal parameters, such as natural frequencies. This paper presents the theoretical study of an Artificial Neural Network (ANN), using MATLAB commercial software, for the detection and identification of cracks in rotating Euler-Bernoulli type beams at low speeds, typical of wind turbine blades, based on the changes in the natural frequencies of the component. The input data to the Artificial Neural Network have been obtained from an analytical model of the dynamic behaviour of the cracked rotating beam with which the values of the natural frequencies of vibration in a plane perpendicular to the plane of rotation (flapwise) can be calculated as a function of the rotational speed, the slenderness of the beam, and the radius of the hub that separates the end of the beam from the axis of rotation.

Keywords – Artificial Neural Networks, Cracked Rotating Beams, Natural Frequencies, Euler-Bernoulli Beams, Crack Detection and Identification.