
El uno por ciento de los niños sufre efectos secundarios tras la administración de un determinado antibiótico. Si éste fue aplicado a seis niños, determinar la probabilidad de que

a) **Ninguno padezca efectos secundarios.**

b) **Lo padezca más de un niño.**

c) **Si se suministrase el antibiótico a 1000 niños, ¿cuál sería el número medio de niños con efectos secundarios?**

d) **Calcular la probabilidad de que, de esos mil niños, padezcan efectos secundarios más de 15.**

---

a) El problema se puede formalizar mediante un modelo binomial (CB-sección 4.4.1) en donde cada prueba de Bernoulli sea el administrar el antibiótico en cuestión y el suceso *éxito* el que el niño padezca efectos secundarios. De esta forma, la variable *número de niños, de entre los seis, que padecieron efectos secundarios*, se puede modelizar mediante una variable X con distribución binomial $B(6, 0'01)$, al ser $p = 0'01$ la probabilidad de que se dé el suceso *éxito*.

La probabilidad pedida será ahora, utilizando la tabla 1 de la distribución binomial,

$$P\{X = 0\} = 0'9415.$$

b) En la misma situación que en el apartado anterior, la probabilidad pedida será

$$\begin{aligned} P\{X > 1\} &= 1 - P\{X \leq 1\} = 1 - [P\{X = 0\} + P\{X = 1\}] \\ &= 1 - [0'9415 + 0'0571] \\ &= 0'0014. \end{aligned}$$

c) Ahora lo que ocurre es que se aumenta el número de pruebas de Bernoulli, modelizándose el problema con una variable $X \rightsquigarrow B(1000, 0'01)$. La media de esta distribución es el producto de los dos parámetros, es decir,

$$E[X] = n \cdot p = 1000 \cdot 0'01 = 10.$$

Por tanto, el número medio o número esperado de niños con efectos secundarios, de entre los mil, sería 10.

d) El cálculo de probabilidades de distribuciones binomiales para un gran número de ensayos, como aquí ocurre, se realiza aproximando dicha distribución mediante el *teorema central del límite* (CB-sección 4.7).

En el caso de una distribución binomial $X \rightsquigarrow B(n,p)$, su aproximación mediante una normal $Y \rightsquigarrow N(np\,,\,\sqrt{np(1-p)}\,)$ es válida (CB-sección 4.7.1) cuando supuesto sea $p \leq 0'5$ (como aquí ocurre) entonces sea también $np > 5$ (como aquí ocurre).

Por tanto, aproximaremos la $X \rightsquigarrow B(1000, 0'01)$, por una

$$Y \rightsquigarrow N\left(1000 \cdot 0'01\,,\, \sqrt{1000 \cdot 0'01 \cdot 0'99}\right) = N(10\,,\, 3'146)$$

quedando la probabilidad pedida igual a

$$P\{X > 15\} = P\left\{\frac{X-10}{3'146} > \frac{15-10}{3'146}\right\} = P\{Z > 1'59\} = 0'0559$$

siendo Z una variable aleatoria $N(0,1)$ y en donde la última probabilidad la hemos calculado utilizando la tabla 3 de dicha distribución.