En una encuesta que hizo el director de este texto en la que se preguntaba sobre lo cerca o lejos que el entrevistado consideraba que estaban 12 países, sin especificar ningún criterio en el que debía basar el encuestado su cercanía, se obtuvieron los siguientes datos del promedio de respuestas, en donde el valor 0 corresponde a *distancia nula* **y 10 a** *completamente distinto*. **Los países se corresponden con los siguientes dígitos: 1:** *Costa de Marfil*; **2:** *Cuba*; **3:** *Venezuela*; **4:** *Egipto*; **5:** *Gran Bretaña*; **6:** *India*; **7:** *Israel*; **8:** *Japón*; **9:** *China*; **10:** *Rusia*; **11:** *Estados Unidos de América*; **12:** *España*.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0'0	7'5	8'5	6'0	9'5	7'0	8'0	9'5	5'5	8'5	9'5	9'0
2	7'5	0'0	2'0	5'0	7'5	5'0	2'0	9'0	5'5	6'0	9'0	6'0
3	8'5	2'0	0'0	7'5	8'0	8'5	2'0	9'0	9'0	8'0	7'5	5'5
4	6'0	5'0	7'5	0'0	8'0	5'5	7'5	7'0	7'5	8'0	8'0	9'0
5	9'5	7'5	8'0	8'0	0'0	6'0	2'0	5'0	7'5	6'5	1'5	2'0
6	7'0	5'0	8'5	5'5	6'0	0'0	7'5	7'5	6'0	7'5	7'5	9'0
7	8'0	2'0	2'0	7'5	2'0	7'5	0'0	2'0	2'0	2'5	3'0	0'5
8	9'5	9'0	9'0	7'0	5'0	7'5	2'0	0'0	2'5	6'0	2'0	4'5
9	5'5	5'5	9'0	7'5	7'5	6'0	2'0	2'5	0'0	4'5	6'5	6'5
10	8'5	6'0	8'0	8'0	6'5	7'5	2'5	6'0	4'5	0'0	5'0	6'0
11	9'5	9'0	7'5	8'0	1'5	7'5	3'0	2'0	6'5	5'0	0'0	2'5
12	9'0	6'0	5'5	9'0	2'0	9'0	0'5	4'5	6'5	6'0	2'5	0'0

Realizar un Escalado Mutidimensional Clásico y no Métrico.

Primero realizaremos un Escalado Multidimensional Clásico. Los datos del ejemplo son incorporados al software en `(1)` y pedimos en `(2)` los $n = 12$ autovalores.

```
> paises<-matrix(scan("a:\\paises"),ncol=12)                    (1)
> cmdscale(paises,k=12,eig=T)$eig                                (2)

[1] 1.101409e+02  7.176177e+01  4.345015e+01  2.937512e+01 2.148003e+01
[6] 1.501705e+01  4.592181e+00  4.456399e-16 -3.241329e+00 -1.007454e+01
[11] -1.998470e+01 -2.437084e+01
Warning message:
```

```
NaNs produced in: sqrt(ev)
```

Se observa que algunos son negativos (lo que implica una matriz de proximidades no Euclídea). La dimensión $k = 2$ es la deseada. Como vemos, el cociente,

$$\frac{\sum_{i=1}^{2} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{12} |\lambda_i|} = \frac{181'9027}{353'4886} = 0'5146$$

no es muy grande, pero el cociente

$$\frac{\sum_{i=1}^{2} \lambda_i^2}{\sum_{i=1}^{12} \lambda_i^2} = \frac{17280'78}{21844'91} = 0'791$$

justifica la representación bidimensional, cuyas coordenadas obtenemos ejecutando (3)

```
> cmdscale(paises,k=2)                                          (3)
            [,1]       [,2]
 [1,] -4.8519950 -1.8391568
 [2,] -3.1618579  3.1810221
 [3,] -1.1975621  5.3766193
 [4,] -3.8811414 -1.0799989
 [5,]  3.0753404 -0.1514200
 [6,] -2.9608671 -2.0849658
 [7,]  1.8446793  1.7432238
 [8,]  3.1883045 -2.8221889
 [9,] -0.4854179 -2.7743668
[10,]  1.1382549 -0.5480358
[11,]  3.9559260 -0.9693161
[12,]  3.3363362  1.9685838
```

cuya representación gráfica en la figura 1 es obtenida ejecutando

```
> plot(cmdscale(paises)[,1],cmdscale(paises)[,2],pch=16,col=3,
  xlab="Primera dimensión",ylab="Segunda dimensión")

> text(cmdscale(paises)[,1],cmdscale(paises)[,2],1:12,adj=2,
  cex=0.8,col=2)
```

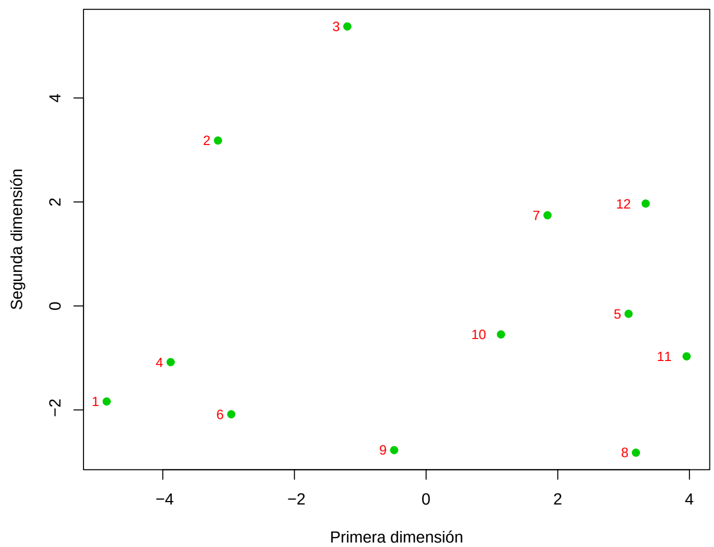

Figure 1: : Escalado bidimensional clásico entre países

En la figura 1 se muestra la solución en dos dimensiones ($k = 2$) de la cual se puede extraer la conclusión de que, en este ejemplo, los individuos encuestados establecen las *distancias* entre países considerando, fundamentalmente, dos variables. La que se corresponde con el eje de abscisas parece representar la *riqueza económica* del país en cuestión: 11 Estados Unidos, 12 España, 8 Japón y 5 Gran Bretaña como países considerados más ricos por los entrevistados, 1 Costa de Marfil, 4 Egipto y 6 India como países más pobres y 9 China, un caso aparte). La otra variable, al parecer considerada por los entrevistados, podría ser la influencia cultural e idiomática, representada en el eje de ordenadas, pero en mucha menor medida como veremos más abajo; así, la cercanía entre España y los otros dos países de habla hispana de la encuesta, 3 Venezuela y 2 Cuba y, en menor medida, con 7 Israel.

En cuanto a grupos de países, es de destacar la relación que los encuestados ven entre 3 Venezuela y 2 Cuba, así como lo aislados que aparecen 9 China y 8 Japón, y el grupo formado por 1 Costa de Marfil, 4 Egipto y 6 India.

El hecho de que España aparezca un tanto sobrevalorada en el aspecto económico puede sugerir la conveniencia de no preguntar en este tipo de encuestas sobre el país en el que ésta se realiza, al reflejar en ella sus ciudadanos la euforia o el pesimismo con el que aprecian la situación de su país.

Como las "distancias" de la matriz utilizadas en el ejemplo pueden ser no métricas, vamos a utilizar una solución bidimensional de Escalado Multidimensional no Métrico. Para ello ejecutamos `(4)`

```
> isoMDS(paises)                                                    (4)

initial  value 22.013391
iter   5 value 16.278431
final  value 16.235616
converged
$points
           [,1]       [,2]
 [1,] -6.4218745  1.8066001
 [2,] -2.0913650 -1.8517701
 [3,] -0.6750485 -5.1552200
 [4,] -4.6640368 -0.5992696
 [5,]  3.8877607  0.1376858
 [6,] -2.6655991  3.0347480
 [7,]  1.1433001 -1.5836915
 [8,]  3.2008829  2.8951639
 [9,] -0.6211791  2.5329630
[10,]  1.8665246  1.5309132
[11,]  4.7873080 -0.4208432
[12,]  2.2533267 -2.3272795

$stress
[1] 16.23562                                                        (5)
```

indicando en `(5)` el valor del *stress*, igual a $16'23$, que una solución bidimensional puede ser *Razonable*. El gráfico dado en la figura 2, obtenido ejecutando

```
> plot(isoMDS(paises)$points[,1],isoMDS(paises)$points[,2],pch=16,
```

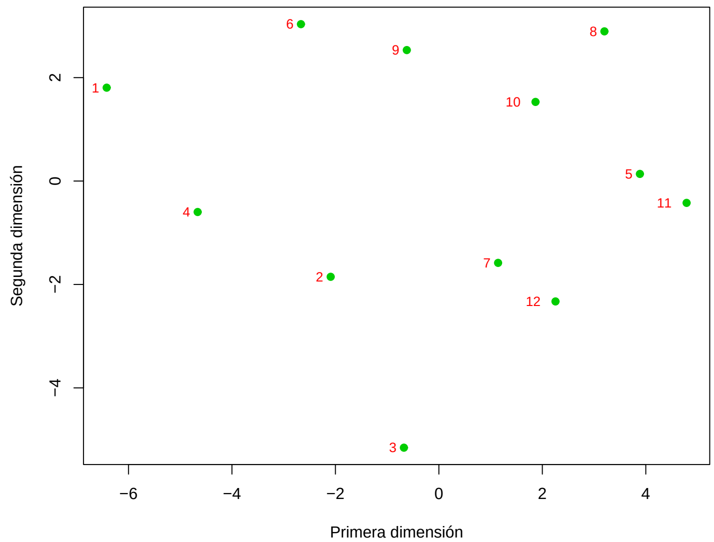

Figure 2: : Escalado bidimensional no métrico entre países

```
  col=3,xlab="Primera dimensión",ylab="Segunda dimensión")

> text(isoMDS(paises)$points[,1],isoMDS(paises)$points[,2],1:12,
  adj=2,cex=0.8,col=2)
```

indica una situación muy semejante al de Escalado Métrico dado por la figura 1, ahora con signo contrario en la segunda dimensión, aspecto este del signo, irrelevante para los objetivos perseguidos.