Una fábrica que dispone de tres tipos de máquinas, desea averiguar si existen o no diferencias significativas entre ellas a la hora de analizar las unidades producidas por cada una. Como se supone que el rendimiento de las máquinas puede resultar influido por el operario que las maneja, se han observado las unidades producidas por cada máquina y cada uno de los operarios existentes en la fábrica en dos días distintos, para cada combinación de los efectos anteriores, habiéndose aleatorizado totalmente el orden de experimentación. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Operario	*Máquina*		
	A	B	C
1	9	7	15
	11	10	12
2	8	7	13
	8	8	10

Analizar los datos anteriores, utilizando un modelo de dos factores y un diseño completamente aleatorizado, para contrastar, a nivel $\alpha = 0'05$,

a) **Si existe variación en el efecto máquina.**

b) **Si existe variación en el efecto operario.**

c) **Si todas las posibles interacciones máquina operario son iguales.**

Se trata de un experimento en el que existen tres fuentes de variación a analizar, *el operario*, *la máquina* y *la interacción* entre ambas.

La forma de realizar el experimento implica un *diseño completamente aleatorizado para dos factores* (CB-sección 8.5). La tabla de Análisis de la Varianza para dicho diseño será:

F. de variación	Suma de cuadrados	g.l.	c. medios	Estadísticos
Factor Operario	$SSA = 8'333$	1	$8'333$	$F = 3'125$
Factor Máquina	$SSB = 44'667$	2	$22'333$	$F' = 8'375$
Interacción	$SSAB = 0'667$	2	$0'333$	$F'' = 0'125$
Residual	$SSE = 16$	6	$2'66$	
Total	$SST = 69'667$	11		

a) Para contrastar el efecto máquina, es decir, para contrastar la hipótesis nula de que no existen diferencias significativas entre las tres máquinas, $H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C$, frente a la alternativa de no ser iguales los efectos medios de las tres, utilizaremos el estadístico F'. Como, a partir de la tabla 6 vemos que es $F_{(2,6);0'05} = 5'1433 < F'$, rechazamos H_0, es decir, concluimos que sí existen diferencias significativas entre las tres máquinas, a nivel $\alpha = 0'05$. El p-valor está entre $0'01 <$ p-valor$< 0'025$.

b) Para contrastar si los efectos medios de los dos operarios son iguales o no, es decir, para contrastar la hipótesis nula $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ frente a la alternativa $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, utilizaremos el estadístico F. Al ser, a partir de la tabla 6, $F_{(1,6);0'05} = 5'9874 > 3'125$, aceptaremos H_0. Siendo el p-valor $> 0'1$.

c) Por último, el contraste sobre la interacción entre las dos variables, H_0 :*no existe interacción entre ambos factores*, frente a la hipótesis alternativa, H_1 :*existe interacción entre ambos factores*, se basa en el estadístico F''. Como es $F_{(2,6);0'05} = 5'1433 > 0'125 = F''$, aceptaremos la hipótesis nula de no interacción entre ambos factores. De la tabla 6 obtenemos que el p-valor es bastante más grande que $0'1$, con lo que tenemos gran seguridad en la decisión de haber aceptado H_0, a la luz de los datos observados.