

PRETENSADO EN FLEXIÓN

10.1.- Clasificación

El CIRSOC 201-2005, artículo 18.3.3, establece las siguientes clases de elementos pretensados en función de la máxima tensión de tracción que se desarrolle en la zona traccionada por las cargas exteriores y precomprimida por el pretensado:

Clase	Descripción	Valor de la tensión f_t
U	No Fisurados (uncracked)	$f_t \leq 0,7 \cdot \sqrt{f'_c}$
T	Transición (transition)	$0,7 \cdot \sqrt{f'_c} < f_t \leq \sqrt{f'_c}$
C	Fisurados (cracked)	$f_t > \sqrt{f'_c}$

Establece asimismo que las losas pretensadas armadas en dos direcciones deben proyectarse como elementos Clase U.

10.2.- Etapas (Estados ó Niveles)

En lo que sigue se denominará “ t_0 ” al tiempo en que se realiza el tesado de los elementos tensores y “ t_∞ ” al tiempo para el que puede suponerse que ya se han producido todas las pérdidas reológicas (fluencia, contracción y relajación).

El CIRSOC 201-2005 habla de “etapas” de carga estableciendo que las tres principales son (artículos C18.2.1 y C18.2.2):

- Etapa de introducción o transferencia del pretensado (t_0 y cargas concomitantes)
- Etapa de carga de servicio (t_∞ y cargas de servicio, es decir, no mayoradas)
- Etapa de carga mayorada (t_∞ y cargas mayoradas)

El término “etapa” podría resultar desafortunado dado que da la idea de que una estructura, a lo largo de su vida útil, tendría que recorrer todas las etapas, incluyendo la de carga mayorada lo cual es una situación absolutamente eventual.

Se mencionan otras posibles etapas tales como la carga de fisuración.

10.3.- Pérdidas

10.3.1.- Generalidades

Se denomina pérdida a la diferencia entre la fuerza medida en el gato en el momento del tesado y la fuerza efectiva en un punto cualquiera del cable en un momento cualquiera en el tiempo.

La siguiente Tabla 10.3.1 resume las principales causas de pérdidas (artículo 18.6.1):

Tabla 10.3.1

	Instantáneas	Diferidas
Originadas en el acero	Acuñamiento de anclajes Fricción	Relajación
Originadas en el hormigón	Acortamiento elástico	Fluencia lenta Contracción

Se denominan pérdidas instantáneas a aquellas que se originan durante el proceso de puesta en tensión y anclaje de los elementos tensores y diferidas a aquellas que se desarrollan a través del tiempo (con un fuerte desarrollo en los primeros días y una tendencia a alcanzar su valor total en el curso de unos pocos años).

Si bien existen expresiones para calcular pérdidas, es bien sabido que dichas expresiones sólo aportan una aproximación a los valores reales los que pueden variar mucho de acuerdo a la composición del hormigón, condiciones ambientales, etc. Si la estructura en estudio resultara muy sensible a la magnitud de las pérdidas deberá realizarse un estudio más cuidadoso para obtener valores más realistas de las mismas.

10.3.2.- Expresiones de cálculo

El CIRSOC 201-2005 desarrolla las expresiones correspondientes a pérdidas por fricción en cables de postesado y en sus Comentarios indica referencias bibliográficas donde poder obtener información adicional.

Los fenómenos reológicos (fluencia lenta, contracción y relajación) interactúan entre sí por lo que el cálculo del efecto conjunto es extremadamente complejo. Algunos autores sugieren calcular separadamente los efectos y luego sumarlos.

En lo que sigue transcribiremos las propuestas que se desarrollan en el CIRSOC 201-2005 (sólo pérdidas por fricción) y en la siguiente referencia recomendada por el CIRSOC: *Zia, Paul et al., "Estimating Prestress Losses", Concrete International: Design and Construction, Vol 1, No. 6, June 1979, pp. 32-38.*

10.3.2.1.- Acortamiento elástico (ES: Elastic Shortening of Concrete)

10.3.2.1.1.- Hormigón postesado

Si la armadura estuviera constituida por un único elemento tensor, el acortamiento del hormigón por efecto del proceso de postesado no provocaría una pérdida en la fuerza del cable dado que, al estar apoyado el gato contra la pieza de hormigón, este acortamiento sería compensado por un mayor recorrido del cilindro.

En el caso de existir más de un elemento tensor sí existirán pérdidas producidas por el acortamiento que introduce la puesta en tensión de un cable sobre los cables ya anclados. Estas pérdidas suelen denominarse por "no simultaneidad del pretensado". A los efectos prácticos suele representarse el fenómeno anterior a través de una pérdida de tensión media del conjunto de las armaduras activas igual a la mitad del producto de la

relación entre módulos de elasticidad entre el acero y el hormigón y la tensión que el pretensado y las cargas externas concomitantes en el momento del tesado producen en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores. En realidad, si el número “n” de cables a tesar no es muy grande, en lugar de la mitad del cociente citado habría que tomar una fracción igual a: $(n-1)/(2 \cdot n)$

10.3.2.1.2.- Hormigón pretesado

Cuando se libera la fuerza anclada en los estribos del banco de tesado la adherencia pone en tensión al hormigón. Este, al acortarse produce una pérdida de tensión en el acero que es igual al producto de la relación de módulos de elasticidad entre el acero y el hormigón y la tensión que el pretensado y las cargas externas concomitantes con el momento del tesado producen en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores.

10.3.2.1.3.- Expresiones de cálculo

$$ES = K_{es} \cdot E_s \cdot \frac{f_{cir}}{E_{ci}}$$

$$f_{cir} = K_{cir} \cdot f_{cpi} - f_g$$

donde

$K_{es} = 1,0$ para elementos pretesados

$K_{es} = 0,5$ para elementos postesados en los que los cables son tesados en forma consecutiva. En cualquier otro caso K_{es} variará entre 0 y 0,5

E_s = Módulo de elasticidad de los elementos tensores (del orden de 196000 MPa)

E_{ci} = Módulo de elasticidad del hormigón en el momento del tesado = $4700 \cdot \sqrt{f'_c}$ siendo f'_c la resistencia del hormigón en el momento del tesado

f_{cir} = Tensión de compresión neta en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores inmediatamente después de haberse aplicado la totalidad del pretensado

f_{cpi} = Tensión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores producida por la fuerza de tesado consideradas solamente las pérdidas por fricción y por acuñamiento de anclajes

f_g = Tensión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores debido al peso propio y otras cargas presentes en el momento del pretensado

$k_{cir} = 0,9$ para elementos pretesados y $1,0$ para elementos postesados

En el caso de elementos con cables no adherentes la expresión a utilizar será:

$$ES = K_{es} \cdot E_s \cdot \frac{f_{cpa}}{E_{ci}}$$

donde

f_{cpa} = Tensión media en el hormigón a lo largo de la longitud de elemento a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores inmediatamente después de haberse aplicado la totalidad del pretensado.

10.3.2.2.- Contracción del hormigón (SH: Shrinkage of Concrete)

La contracción es la deformación que sufre una pieza de hormigón por movimientos del agua no fijada químicamente al gel de cemento. Aunque el fenómeno más conocido es la pérdida de agua con la consiguiente disminución de volumen, existe también el fenómeno opuesto denominado hinchamiento o expansión.

Obviamente, desde el punto de vista práctico interesa solamente la contracción que se produce desde el momento del tesado hasta el momento en que se desea conocer el pretensado efectivo.

Dado que la mayoría de los elementos pretesados son puestos en tensión a edades muy tempranas, los efectos de la contracción son mucho más importantes que en elementos postesados.

Las variables que intervienen en la evaluación de la contracción son muchas pero la bibliografía propuesta por el CIRSOC considera solamente las siguientes¹:

- i) RH: Humedad media del ambiente que rodea al elemento
- ii) V/S: Relación entre la sección transversal de la pieza y su perímetro (en rigor se trata de la relación Volumen/Superficie). En algunos textos se la denomina “espesor ficticio”.
- iii) Tiempo transcurrido desde la finalización del curado húmedo hasta la aplicación del pretensado

La expresión que propone es la siguiente:

$$SH = 8,2 \times 10^{-6} \cdot K_{sh} \cdot E_s \cdot \left(1 - 0,024 \cdot \frac{V}{S}\right) \cdot (100 - RH)$$

donde

$K_{sh} = 1,0$ para elementos pretesados

K_{sh} = Para elementos postesados se extrae de la Tabla 10.3.2.2.1

E_s = Módulo de elasticidad de los elementos tensores (del orden de 196000 MPa)

V/S = Está expresado en centímetros

RH = Debería determinarse en cada caso. Una orientación puede tomarse de la Tabla 10.3.2.2.2

¹ Deja de lado variables tales como la cuantía de armaduras pasivas, la composición del hormigón y el tiempo transcurrido desde el momento del tesado.

Tabla 10.3.2.2.1

Tiempo en días (*)	1	3	5	7	10	20	30	60
K_{sh}	0,92	0,85	0,80	0,77	0,73	0,64	0,58	0,45
(*) Tiempo medido desde la finalización del curado húmedo hasta la puesta en tensión								

Tabla 10.3.2.2.2

Ambiente	Humedad relativa media en %
En aire muy húmedo	90
En general al aire libre	70
En aire seco (p.e. en ambientes interiores secos)	50

10.3.2.3.- Fluencia lenta del hormigón (CR: Creep of Concrete)

De forma simplificada se engloban en el concepto de fluencia todas las deformaciones diferidas, elásticas y plásticas, que dependen de la tensión. También en forma simplificada, y siempre que la tensión actuante no sea demasiado elevada (digamos no superior al 40 o 50% de la tensión de rotura), la deformación de fluencia puede suponerse proporcional a la deformación elástica instantánea.

En rigor la fluencia lenta se ve afectada por prácticamente los mismos factores que la contracción aunque la bibliografía recomendada por el CIRSOC hace un abordaje bastante simplificado a través de la expresión:

$$CR = K_{cr} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot (f_{cir} - f_{cds})$$

donde

K_{cr} = 2,0 para elementos pretesados y 1,6 para elementos postesados

E_s = Módulo de elasticidad de los elementos tensores (del orden de 196000 MPa)

E_c = Módulo de elasticidad del hormigón a 28 días = $4700 \cdot \sqrt{f'_c}$

f_{cir} = Tensión de compresión neta en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores inmediatamente después de haberse aplicado la totalidad del pretensado (ver el punto 10.3.2.1.3)

f_{cds} = Tensión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores debida a todas las cargas permanentes que se agregan luego del tesado

La diferencia entre los valores de K_{cr} para elementos pretesados y postesados admite el mismo comentario respecto a las edades del hormigón en el momento del tesado que se hizo en el caso de contracción.

10.3.2.4.- Relajación de los cables (RE: Relaxation of Tendons)

La única pérdida significativa que presenta el acero en el tiempo es la relajación, es decir, la pérdida de tensión a deformación constante.

El valor de la relajación depende del tipo de acero, de la tensión de tesado, del tiempo transcurrido desde la puesta en tensión y de la temperatura. Asimismo depende de la interrelación con las otras pérdidas diferidas.

La bibliografía propuesta por el CIRSOC utiliza la siguiente expresión:

$$RE = [K_{re} - J \cdot (SH + CR + ES)] \cdot C$$

k_{re} = Valores básicos de relajación

J = Factor de interacción para la reducción de tensión debido a otras pérdidas

C = Factor por nivel de tensión (f_{pi} / f_{pu})

donde K_{re} y J se extraen de la siguiente Tabla 10.3.2.4.1 en la que se ha realizado una adaptación parcial de los aceros para pretensado que se indican en el artículo 3.6 del Reglamento.

Tabla 10.3.2.4.1

Tipo de elemento tensor	Relevado de tensiones	K_{re} [MPa]	J
Cordón de 3 alambres C-1950	Térmico (Relajación Normal – RN)	144	0,16
Cordón de 3 alambres C-1800		133	0,15
Cordón de 3 alambres C-1750		130	0,14
Cordón de 3 alambres C-1650		122	0,13
Alambre de acero APL-1700	Termomecánico (Baja relajación – BR)	31	0,04
Cordón de 7 alambres C-1900		35	0,04

El coeficiente “C” puede obtenerse a partir de las expresiones que figuran en la siguiente Tabla 10.3.2.4.2 (en el trabajo original no figuran expresiones sino valores):

Tabla 10.3.2.4.2

f_{pi} / f_{pu}	Acero de Relajación Normal	Acero de Baja Relajación
$0,60 \leq f_{pi} / f_{pu} < 0,70$	$0,49 + 5 \cdot (f_{pi} / f_{pu} - 0,60)$	$0,33 + 4 \cdot (f_{pi} / f_{pu} - 0,60)$
$0,70 \leq f_{pi} / f_{pu} \leq 0,80$	$1,00 + 9 \cdot (f_{pi} / f_{pu} - 0,70)$	$0,75 + 5 \cdot (f_{pi} / f_{pu} - 0,70)$

En la Tabla 10.3.2.4.2:

f_{pi} = Tensión en los elementos tensores producida por $f_{pi} = P_{pi} / A_{ps}$

P_{pi} = Fuerza de pretensado en la sección en estudio descontadas solamente las pérdidas por fricción y por acuanamiento de anclajes, pero antes de ES, CR, SH y RE

A_{ps} = Sección transversal de los elementos tensores

10.3.2.5.- Fricción

Este tipo de pérdidas se da solamente en elementos postesados y se producen durante la puesta en tensión de los cables.

La puesta en tensión de la armadura implica su alargamiento y por lo tanto un desplazamiento relativo respecto a las vainas. Existen tres causas de pérdidas por rozamiento (fricción):

- rozamiento en curva
- rozamiento en recta
- rozamiento en desviadores (pretensado externo)

El CIRSOC 201-2005, artículo 18.6.2.1, propone la siguiente expresión para el cálculo de las pérdidas por fricción:

$$P_{px} = P_{pj} \cdot e^{-(K \cdot \ell_{px} + \mu_p \cdot \alpha_{px})}$$

Si el valor del paréntesis resultara menor o igual que 0,3 la expresión anterior se podrá reemplazar por la siguiente expresión aproximada:

$$P_{px} = P_{pj} \cdot (1 + K \cdot \ell_{px} + \mu_p \cdot \alpha_{px})^{-1}$$

donde

P_{pj} = Fuerza de tesado en el extremo desde donde se efectúa el tesado

P_{px} = Fuerza de tesado evaluada a una distancia " ℓ_{px} " del extremo desde donde se efectúa el tesado

K = Coeficiente de desviación accidental (rozamiento parásito o rozamiento en recta) por metro lineal de cable

ℓ_{px} = Longitud de cable medida desde el extremo desde donde se efectúa el pretensado

μ_p = Coeficiente de fricción por curvatura (o en curva)

α_{px} = Suma de los valores absolutos de las variaciones angulares (desviaciones sucesivas), medidas en radianes, que se producen en el cable a lo largo de ℓ_{px}

Los valores K y μ_p deben obtenerse en forma experimental. Los fabricantes que tienen un sistema de pretensado dan los valores correspondientes a sus sistemas aunque éstos pueden variar fuertemente de acuerdo con la calidad de ejecución de los trabajos en obra.

El CIRSOC 201-2005, tabla C18.6.2, da algunos valores orientadores para los coeficientes anteriores. Estos valores son reproducidos en la siguiente Tabla 10.3.2.5.1:

Tabla 10.3.2.5.1

Condición del cable	Tipo de acero de pretensado	Coefficiente de desviación o curvatura accidental K	Coefficiente de fricción por curvatura μ_p
Cables inyectados en vainas metálicas	Cables de alambre	0,0033 – 0,0049	0,15 – 0,25
	Barras de alta resistencia	0,0003 – 0,0020	0,08 – 0,30
	Cordones de 7 alambres	0,0016 – 0,0066	0,15 – 0,25
Cables no adherentes cubiertos con Mastic	Cables de alambre	0,0033 – 0,0066	0,05 – 0,15
	Cordones de 7 alambres		
Cables no adherentes pre-enrasados	Cables de alambre	0,0010 – 0,0066	
	Cordones de 7 alambres		

Dado que el valor de K depende de la flexibilidad de la vaina, cuando se utilicen conductos rígidos, puede suponerse $K = 0$. También puede hacerse esta suposición cuando se utilicen aceros de gran diámetro dispuestos en conductos semirígidos.

10.3.2.6.- Acuñamiento de los anclajes

Para producir la transferencia de esfuerzos del gato a los anclajes, se disminuye gradualmente la fuerza que el gato ejerce sobre los elementos tensores por lo que éstos tienden a acortarse. Un dispositivo de anclaje ideal sería aquel que impida totalmente que durante la transferencia se produzcan acortamientos de los elementos tensores en el interior de la pieza que se está pretensando. Los anclajes reales (sobre todo los constituidos por cuñas) permiten un cierto deslizamiento que en nuestro medio suele denominarse “acuñamiento”. Los proveedores de sistemas de pretensado dan datos referentes a los deslizamientos esperables para cada uno de sus sistemas de anclaje (Δ_{set}). Dado que los corrimientos tienden a producir movimientos relativos entre los elementos tensores y las vainas, se ponen en juego fuerzas de rozamiento que, si las piezas que se están pretensando son suficientemente largas, terminan por anular los efectos del acuñamiento a una cierta distancia del apoyo activo (Figura 10.3.2.6.1). A los efectos prácticos puede suponerse que la fricción actúa con igual intensidad tanto en el proceso de alargamiento como en el de acortamiento del cable. En la Figura 10.3.2.6.1 se han indicado con “p” a la pendiente de la curva que indica la variación de la fuerza en los elementos tensores. Puede demostrarse que, si la pendiente es constante e igual para la carga que para la descarga, valen las siguientes expresiones:

$$\Delta_{set} = (\text{Área rayada en la Figura 10.3.2.6.1}) / (A_{ps} \cdot E_{ps})$$

$$\text{Longitud afectada} = (\Delta_{set} \cdot A_{ps} \cdot E_{ps} / p)^{1/2}$$

$$\Delta P_{\text{corrimiento}} = \text{Longitud afectada} \cdot 2 \cdot p$$

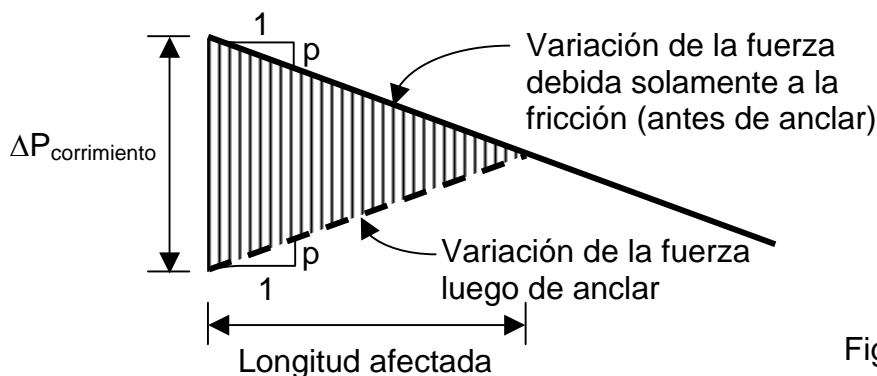


Figura 10.3.2.6.1

10.4.- Tensiones admisibles bajo estados de servicio

10.4.1.- En el hormigón

Para facilitar la identificación de las secciones críticas se utiliza como ejemplo un caso particular consistente en una viga pretensada, postesada con un cable parabólico con excentricidad no nula en los apoyos².

En los párrafos siguientes se resumen las tensiones admisibles fijadas por el CIRSOC 201-2005. En ellos todas las tensiones admisibles se expresan como módulos (sin signos). Cabe acotar que esas tensiones podrían superarse mediante una justificada demostración experimental.

10.4.1.1.- En el momento del tesado (t_0)

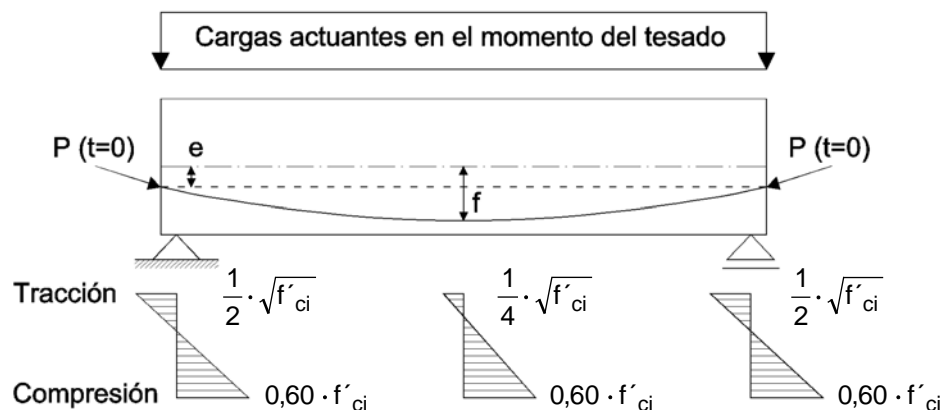


Figura 10.4.1.1

El CIRSOC 201-2005, artículo 18.4.1, denomina a este momento “etapa de introducción o transferencia del pretensado”.

² Para hacer más claro el dibujo se ha forzado la escala vertical.

- a) Tensión normal de compresión $\leq 0,60 \cdot f'_{ci}$
- b) Tensión de tracción (en general) $\leq \frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_{ci}}$
- c) Tensión de tracción en extremos simplemente apoyados $\leq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_{ci}}$

Donde f'_{ci} es la resistencia del hormigón en el momento del tesado.

En elementos postesados los cálculos deben tener en consideración la pérdida de sección originada por la presencia de las vainas sin inyectar (utilizar la sección neta de hormigón en lugar de la sección bruta).

En rigor, las tensiones admisibles de tracción no son máximas absolutas dado que el CIRSOC 201-2005, artículo C18.4.1.b y c, permite que sean superadas pero en esos casos obliga a disponer armadura adherente (tesa o no tesa) capaz de absorber la fuerza total de la zona traccionada calculada en la suposición de sección no fisurada. La tensión a utilizar para el cálculo de estas armaduras será $0,6 \cdot f_y$ pero menor o igual que 200 MPa.

10.4.1.2.- Bajo cargas de servicio y t_∞

El CIRSOC 201-2005, artículo 18.4.2, denomina a esta situación “etapa de servicio”.

Las cargas de servicio varían desde un valor mínimo denominado “carga de larga duración” y un valor máximo denominado “carga total”.

Se establece que para elementos pretensados Clase U y T solicitados a flexión:

- a) Tensión normal de compresión debida al pretensado más cargas de larga duración $\leq 0,45 \cdot f'_c$
- b) Tensión normal de compresión debida al pretensado más la carga total $\leq 0,60 \cdot f'_c$

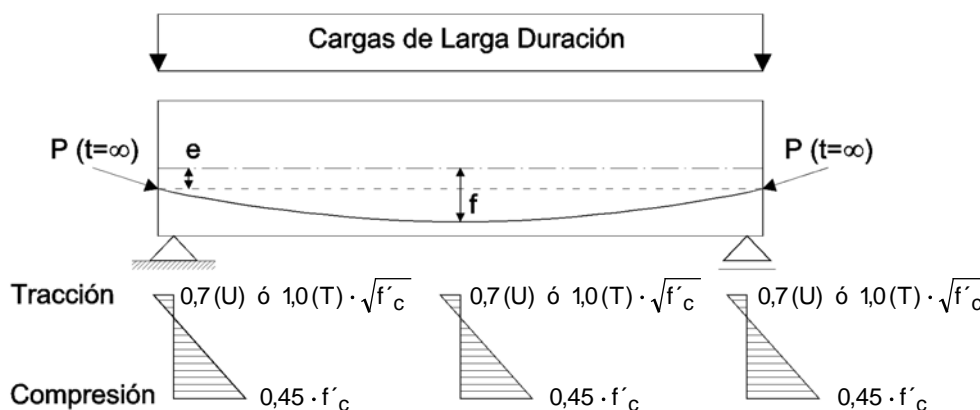


Figura 10.4.1.2.1

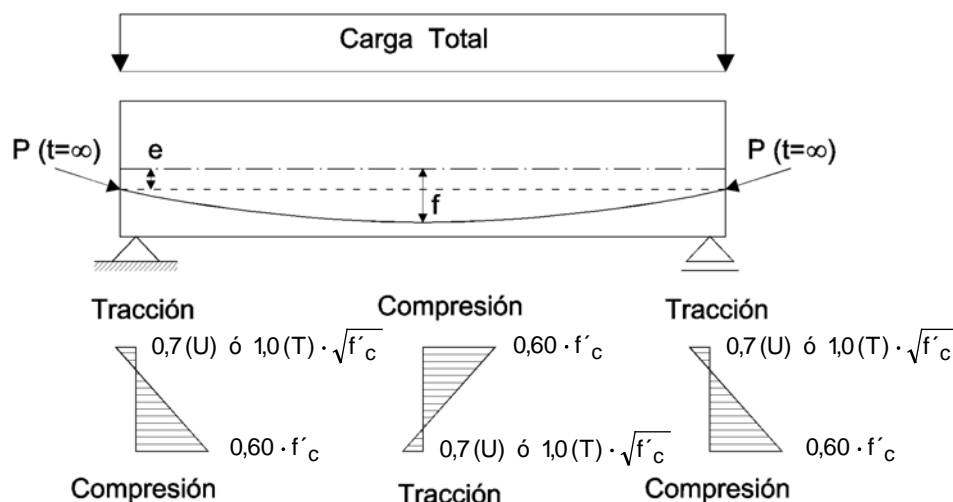


Figura 10.4.1.2.2

Las tensiones se calculan en base a secciones no fisuradas y luego de que se han producido la totalidad de las pérdidas de pretensado.

Las tensiones de tracción máximas son las vistas en la definición de hormigones Clase U y T.

10.4.2.- En el acero

EL CIRSOC 201-2005, artículo 18.5.1, impone los siguientes límites a las tensiones en el acero de pretensado:

- Debidas a la acción directa de la fuerza aplicada por el gato

\leq	$0,94 \cdot f_{py}$
\leq	$0,80 \cdot f_{pu}$
\leq	máximo valor recomendado por el fabricante del acero de pretensado o de los dispositivos de anclaje
- Inmediatamente después de la transferencia del pretensado

\leq	$0,82 \cdot f_{py}$
\leq	$0,74 \cdot f_{pu}$
- En los dispositivos de anclaje y acoplamiento de cables de postesado inmediatamente después de la transferencia de la fuerza de tesado

\leq	$0,70 \cdot f_{pu}$
--------	---------------------

en las expresiones anteriores:

f_{py} = Tensión de fluencia especificada para el acero de pretensado
 f_{pu} = Tensión de tracción especificada para el acero de pretensado

10.5.- Resistencia a flexión

10.5.1.- Equilibrio y compatibilidad en secciones pretensadas

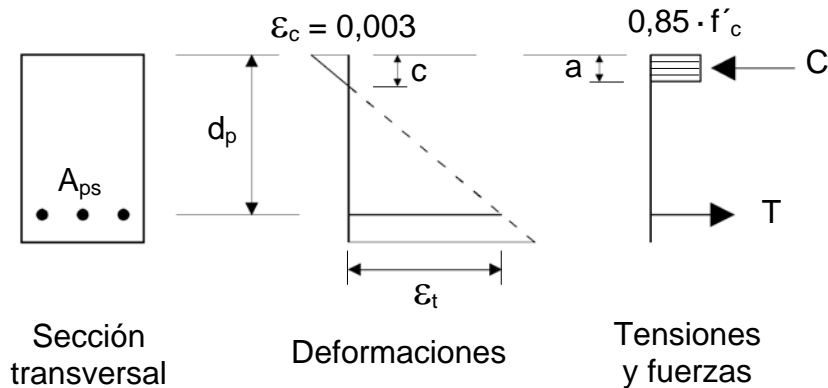


Figura 10.5.1.1

En la Figura 10.5.1.1 se muestran los diagramas de deformaciones y tensiones correspondientes a una sección pretensada en el momento de la rotura ($M = M_n$). Como puede apreciarse el aspecto de los diagramas no difiere del utilizado para el cálculo de la resistencia a flexión de elementos no pretensados.

En pretensado siguen utilizándose las siguientes hipótesis:

- El hormigón tiene una deformación de rotura igual a 0,003
- Mantenimiento de las secciones planas
- Resistencia nula del hormigón traccionado
- Puede adoptarse un bloque uniforme de tensiones en el hormigón con un valor constante igual a $0,85 \cdot f'_c$
- La profundidad del bloque anterior es: $a = \beta_1 \cdot c$
siendo

c = profundidad del eje neutro de deformaciones

$\beta_1 = 0,85$ si $f'_c \leq 30$ MPa

$\beta_1 = 0,85 - 0,05 \cdot (f'_c - 30 \text{ MPa}) / 7 \geq 0,65$ si $f'_c > 30$ MPa

Al analizar secciones pretensadas no es conocida la tensión del acero de pretensado aunque si existieran además armaduras no tesas en ellas sí podrá suponerse que se ha alcanzado la tensión " f_y " dado que son de aplicación los límites de deformaciones vistos en flexión de secciones no pretensadas.

El diagrama tensiones-deformaciones de una armadura de pretensado no presenta un escalón claro de fluencia que permita asumir un diagrama bilineal como los vistos en los casos de armaduras no tesas (Figura 10.5.1.2).

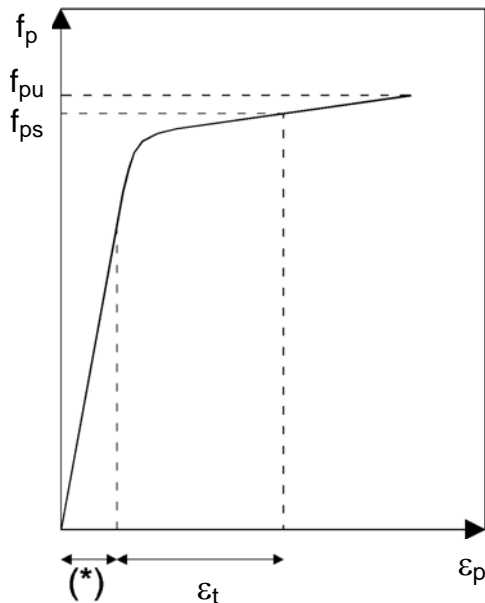


Figura 10.5.1.2

En secciones pretensadas la deformación del acero está compuesta por el pre-estiramiento producido por el pretensado indicado con (*) en la Figura 10.5.1.2 más la denominada deformación efectiva “ ϵ_t ”. La suma de ambas deformaciones originará una tensión “ f_{ps} ” que no necesariamente será igual a la resistencia “ f_{pu} ”.

El cálculo de la deformación indicada con (*) es relativamente complejo y está más allá del alcance de estas notas pero, a los fines prácticos, puede suponerse que esa tensión es aproximadamente igual a la deformación correspondiente a la tensión efectiva de pretensado “ f_{pe} ”³:

$$\frac{P_{pe}}{A_{ps} \cdot E_{ps}}$$

En cuanto a “ ϵ_t ”, esa es la deformación que queda pendiente resolver.

10.5.2.- Solución general: compatibilidad y equilibrio

En secciones no pretensadas, al poder asumirse que el acero se encuentra en fluencia, resulta posible plantear una ecuación cuadrática que resuelve el problema.

En secciones pretensadas, suelen ser conocidos:

- La sección de acero de pretensado “ A_{ps} ” pues el camino más frecuente de cálculo consiste en despejar la fuerza de pretensado de modo de verificar las condiciones tensionales para “ t_o ” y “ t_∞ ”. Al ser conocida la fuerza de pretensado, se elige un sistema de pretensado y la armadura “ A_{ps} ” se obtiene a partir de las tensiones admisibles de tesado en el acero.
- El diagrama tensiones-deformaciones del acero⁴

10.5.2.1.- Elementos con cables adherentes

En este caso puede realizarse un cálculo iterativo consistente en:

- Aumentar gradualmente “ ϵ_t ” hasta llegar a que se igualen las fuerzas en las armaduras y en el hormigón ($T = C$). La tensión “ f_{ps} ” en el acero de pretensado se calcula para cada valor de “ ϵ_t ” adicionándole a esta deformación la deformación correspondiente al pre-estiramiento.
- Calcular “ M_n ” para la condición del punto anterior
- Verificar si $M_u \leq \phi \cdot M_n$. Los valores de “ ϕ ” son los vistos para flexión en secciones no pretensadas.

³ Cabe comentar que el CIRSOC 201-2005 no hace referencia a la forma de calcular las deformaciones en el acero.

⁴ Para facilitar los cálculos estos diagramas pueden representarse a través de ecuaciones como la función modificada de Ramberg-Osgood o cualquier otra que aproxime razonablemente bien a los diagramas reales.

- iv) Si la condición anterior se verifica el cálculo se da por terminado
- v) Si la seguridad resulta insuficiente existirán dos caminos: agregar armaduras no tesas o bien agregar armaduras tesas y bajar la tensión de pretensado. En cualquier caso habrá que repetir los cálculos desde el punto i). La primera solución (utilizar armaduras pasivas) suele resultar conveniente pues adicionalmente ayuda al control de la fisuración.

Este procedimiento de cálculo es fácilmente programable incluso en planillas de cálculo.

10.5.2.2.- Elementos con cables no adherentes

Para el cálculo no es posible hacer un análisis “de sección” para determinar la tensión en la armadura. En efecto, al no existir adherencia el cable no experimenta fuertes incrementos de tensión en coincidencia con las fisuras tal como es el caso de los cables adherentes. No es válido plantear aquí compatibilidad de deformaciones a nivel de una sección porque al no haber adherencia el cable no sufre alargamientos locales sino un alargamiento global producto de la deformación general de la pieza. El abordaje analítico para calcular la tensión en las armaduras en forma “exacta” es bastante laborioso e implica un análisis no lineal en el que intervienen las deformaciones de la pieza y del cable (teniendo en cuenta la variación del módulo de elasticidad con la deformación). Este análisis suele realizarse a través de iteraciones.

10.5.3.- Solución aproximada

El CIRSOC 201-2005 obvia el cálculo de “ ε_t ” proponiendo expresiones aproximadas para el cálculo de “ f_{ps} ”. Si se considera “dato” a la tensión en el acero pueden aplicarse las expresiones de cálculo directo vistas al analizar secciones no pretensadas.

Las expresiones aproximadas que veremos a continuación sólo son de aplicación cuando la tensión de pretensado efectiva verifica $f_{se} \geq 0,5 \cdot f_{pu}$ (artículo 18.7.2)

10.5.3.1.- Cables adherentes

La expresión propuesta por el CIRSOC 201-2005, artículo 18.7.2.a, intenta ser muy general⁵ por lo que, como contrapartida, está sujeta a algunas restricciones.

La expresión propuesta es:

$$f_{ps} = f_{pu} \cdot \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot \left[\rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (\varpi - \varpi') \right] \right\}$$

donde

- f_{ps} = Tensión de la armadura tesa para el cálculo de la resistencia nominal
- f_{pu} = Tensión de tracción especificada para el acero de pretensado

⁵ Incluye la presencia de armaduras pasivas traccionadas y comprimidas.

f_{py} = Tensión de fluencia especificada para el acero de pretensado
 γ_p = Este factor tiene en cuenta la forma del diagrama tensiones-deformaciones de los aceros (relajación normal, baja relajación, etc.) el cual está caracterizado por el cociente f_{py}/f_{pu}

si $\gamma_p = 0,55$ para $f_{py}/f_{pu} \geq 0,80$	<i>Artículos</i> <i>10.0</i> <i>y</i> <i>C18.5.1</i>	(barras conformadas de pretensado)
si $\gamma_p = 0,40$ para $f_{py}/f_{pu} \geq 0,85$		(barras, alambres y cordones de relajación normal)
si $\gamma_p = 0,28$ para $f_{py}/f_{pu} \geq 0,90$		(alambres y cordones de baja relajación)

β_1 = Factor que relaciona la profundidad del eje neutro con la profundidad del bloque rectangular de tensiones utilizado para los cálculos de resistencia a flexión:

Si $f'_c \leq 30$ MPa: $\beta_1 = 0,85$

Si $f'_c > 30$ MPa: $\beta_1 = 0,85 - 0,05 \cdot (f'_c - 30 \text{ MPa}) / 7 \geq 0,65$

ρ_p = Cuantía de armadura tesa = $A_{ps} / (b \cdot d_p)$

b = Ancho del borde comprimido de la sección

d = Distancia desde la fibra más comprimida hasta el baricentro de la armadura no tesa

d_p = Distancia desde la fibra más comprimida hasta el baricentro de la armadura tesa

ω = Cuantía mecánica de la armadura traccionada no tesa = $A_s \cdot f_y / (b \cdot d \cdot f'_c)$

ω' = Cuantía mecánica de la armadura comprimida no tesa = $A'_s \cdot f_y / (b \cdot d \cdot f'_c)$

ω_p = Cuantía mecánica de la armadura tesa = $\rho_p \cdot f_{ps} / f'_c$

Cuando se analizan secciones "T" (en general secciones con alas), las cuantías mecánicas deben calcularse para el ancho del alma considerando solamente la cantidad de armadura necesaria para equilibrar las tensiones que se producen en el alma.

La expresión anterior de " f_{ps} " parte de la base de que la armadura de compresión se encuentra en fluencia. Si esto no ocurriera, los resultados quedarían del lado inseguro dado que se estaría sobrevalorando el valor de la tensión en las armaduras de pretensado. Por estos motivos, aún cuando exista armadura comprimida, deben tomarse las siguientes precauciones (artículo 18.7.2.a):

i)
$$\left[\rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (\omega - \omega') \right] \geq 0,17$$
 (controla que el eje neutro no sea muy poco profundo)

ii) Si $d' > 0,15 \cdot d_p$ se adopta $\omega' = 0$ (armadura de compresión muy alejada de la fibra más comprimida y por lo tanto no estará en fluencia por compresión) (artículo C18.7.2)

10.5.3.2.- Cables no adherentes

La experimentación ha demostrado que en estructuras muy esbeltas (p.e. losas en una dirección, placas planas y losas planas) el incremento de tensión que se origina durante el proceso de carga en los elementos no adherentes es menor que el que se produce en estructuras tipo viga. Por este motivo el CIRSOC 201-2005 establece expresiones diferentes de acuerdo con la esbeltez del elemento en análisis⁶.

10.5.3.2.1.- Elementos con relación luz/altura ≤ 35 (artículo 18.7.2.b)

$$f_{ps} = f_{se} + 70 + f'_c / (100 \cdot \rho_p) \quad \text{con } f_{ps} \leq \begin{cases} f_{py} \\ f_{se} + 420 \end{cases}$$

10.5.3.2.2.- Elementos con relación luz/altura > 35 (artículo 18.7.2.c)

$$f_{ps} = f_{se} + 70 + f'_c / (300 \cdot \rho_p) \quad \text{con } f_{ps} \leq \begin{cases} f_{py} \\ f_{se} + 200 \end{cases}$$

10.6.- Cuantías límites en flexión

10.6.1.- Cuantía mínima

El CIRSOC 201-2005, artículo 18.8.2, indica que:

“La cantidad total de armadura tesa y no tesa debe ser la adecuada para desarrollar una carga mayorada igual, como mínimo, a 1,2 veces la carga de fisuración determinada en base al módulo de rotura, f_r ”

Indica asimismo que la prescripción anterior se puede obviar en los siguientes casos:

- losas armadas en dos direcciones, postesadas sin adherencia; y
- elementos solicitados a flexión en los cuales los valores de sus resistencias a flexión y corte sean, como mínimo, el doble de los prescritos por las condiciones de seguridad correspondientes.

A pesar de que la prescripción del CIRSOC 201-2005 habla de “cargas” el párrafo puede leerse interpretando “cargas” por “momentos” por lo que resulta:

$$\phi \cdot M_n \geq 1,2 \cdot M_{cr}$$

donde

M_{cr} = Momento de fisuración⁷ calculado para las cargas que producen una tensión máxima de tracción igual a f_r

⁶ La experiencia parecería indicar que se han tomado precauciones excesivas para el caso de los elementos más esbeltos.

⁷ Obviamente en este cálculo interviene el pretensado por lo que se trata de un caso de flexión compuesta.

$$f_r = \text{Módulo de rotura del hormigón o resistencia a la tracción por flexión} = 0,7 \cdot \sqrt{f'_c}$$

10.6.2.- Cuantía máxima

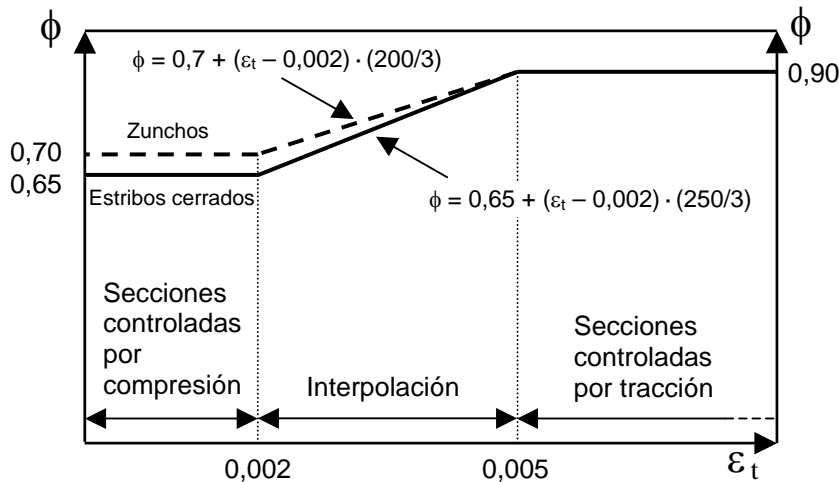


Figura 10.6.2.1
(adoptada de la
figura 9.3.2 del
CIRSOC 201-2005)

Estrictamente hablando, como en el caso de secciones no pretensadas, el CIRSOC 201-2005 no establece una cuantía máxima de armaduras. Utilizando como parámetro de referencia a la deformación efectiva en la armadura de tracción (ϵ_t) establece que existen tres tipos de secciones: controladas por tracción, de transición y controladas por compresión (ver flexión en secciones no pretensadas). En el gráfico 10.6.2.1 se resumen los criterios ya vistos para la adopción del coeficiente de minoración “ ϕ ” a aplicar al momento nominal “ M_n ” para la verificación de la condición: $M_u \leq \phi \cdot M_n$ para armaduras pasivas con “ $f_y = 420 \text{ MPa}$ ”.

Si se han utilizado las expresiones aproximadas dadas por el CIRSOC 201-2005 puede determinarse, en forma aproximada, la deformación efectiva a partir de:

$$\epsilon_t = (f_{ps} - f_{pe}) / E_{ps}$$

donde

ϵ_t = Deformación efectiva de tracción en las armaduras

f_{ps} = Tensión de la armadura tesa para el cálculo de la resistencia nominal

f_{pe} = Tensión efectiva en la armadura de pretensado después de producidas todas las pérdidas

E_{ps} = Módulo de elasticidad de las armaduras de pretensado

Si se desea aprovechar al máximo la resistencia de los materiales ($\phi = 0,90$) convendrá limitar la deformación efectiva a valores mayores a 0,005 por lo que, si se considera una deformación de rotura en el hormigón de 0,003, la profundidad del eje neutro deberá ser:

$$c \leq \frac{0,003}{0,003 + 0,005} \cdot d_p = 0,375 \cdot d_p$$

Debe recordarse que la deformación efectiva es la que corresponde al acero más traccionado de modo que si hubiera armadura no tesa con un valor de “d” mayor que “d_p”, en la expresión anterior correspondería utilizar la deformación efectiva de dicha armadura la que puede obtenerse por semejanza de triángulos al ser conocida la deformación de rotura del hormigón y la de la armadura tesa.

10.7.- Armadura adherente mínima

Si no existiera armadura adherente los elementos tenderían a trabajar como arcos atirantados muy rebajados, en lugar de como elementos de hormigón armado. Por otra parte, las fisuras se abrirían sin ningún tipo de control.

Los elementos sin armadura adherente presentan una ductilidad muy baja y una escasa capacidad de disipar energía (son muy poco aptos para zonas sísmicas).

Por estas razones los reglamentos establecen que la mayoría de las estructuras pretensadas con cables no adherentes⁸ deben contener una cantidad mínima de armadura adherente.

El CIRSOC 201-2005, artículo 18.9.2, indica que la armadura adherente mínima se debe determinar con la expresión:

$$A_s = 0,004 \cdot A_{ct}$$

donde

A_{ct} = Área parcial de la sección transversal comprendida entre el eje baricéntrico de la sección total y el borde más traccionado (Figura 10.7.1)

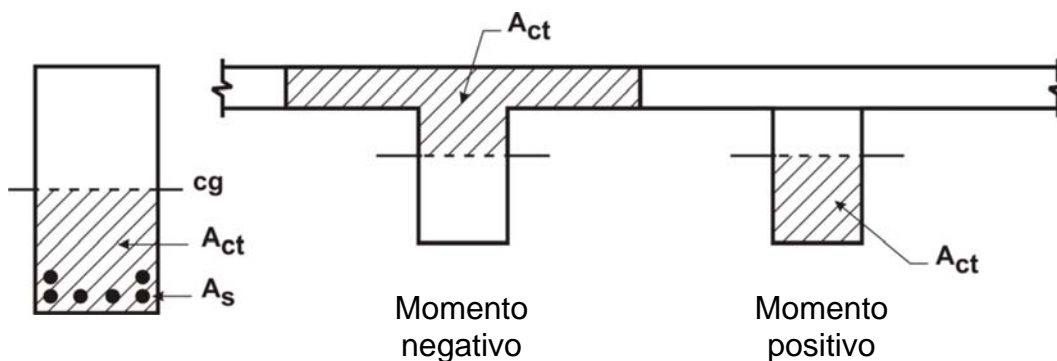


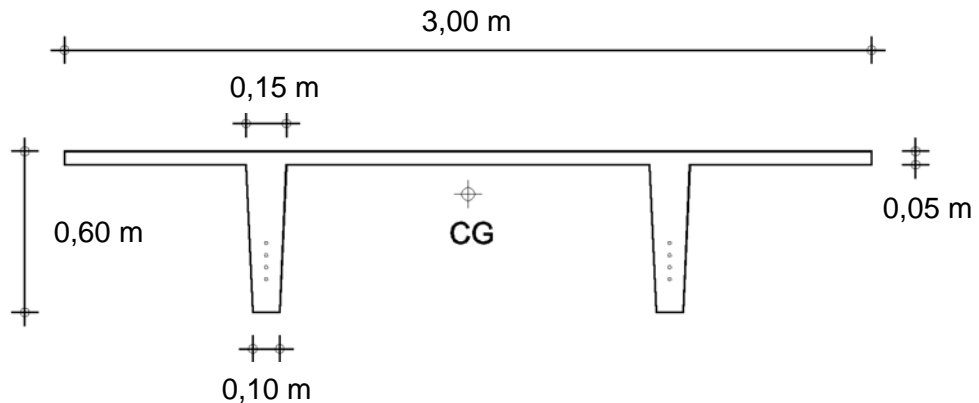
Figura 10.7.1

⁸ En el capítulo correspondiente a sistemas de losas planas puede verse una excepción.

PRETENSADO EN FLEXIÓN – EJEMPLOS

Ejemplo 10.I

Enunciado: Determinar las armaduras de pretensado para el siguiente elemento prefabricado que será utilizado como parte de una cubierta para una nave industrial. El elemento será pretensado en banco y los elementos tensores serán rectos. Para disminuir las tracciones originadas por el uso de elementos tensores rectos en la cara superior en las zonas de apoyos se utilizará hormigón pretensado clase “T”.



Materiales:

- Hormigón: H-35 ($f'_c = 35 \text{ MPa}$)

$$E_c = 4700 \cdot f'_c{}^{1/2} = 27806 \text{ MPa}$$

$$f'_{ci} = 24,5 \text{ MPa (en el momento del tesado)}$$

$$E_{ci} = 4700 \cdot f'_{ci}{}^{1/2} = 23264 \text{ MPa}$$

$$\gamma_{H^e} = 25 \text{ kN/m}^3$$

- Acero:

Armaduras pasivas: ADN 420 ($f_y = 420 \text{ MPa}$)

Armaduras activas: C-1900 Grado 270

$d_{\text{nominal}} = 12,7 \text{ mm}$

Tipo: cordón baja relajación

$f_{pu} = 1864 \text{ MPa}$

$f_{py} = 1682 \text{ MPa}$

$E_{ps} = 195000 \text{ MPa}$

Sección transversal:

$$A_g = \text{sección bruta} = 0,288 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 8,202 \text{ m}$$

$$I_g = \text{momento inercia} = 0,00914 \text{ m}^4$$

$$y_{\text{inf}} = \text{dist. CG a borde inferior} = 0,44 \text{ m}$$

$$y_{\text{sup}} = \text{dist. CG a borde sup.} = 0,16 \text{ m}$$

$$W_{\text{inf}} = \text{mod. resist. borde inf.} = 0,0208 \text{ m}^3$$

$$W_{\text{sup}} = \text{mod. resist. borde sup.} = 0,0571 \text{ m}^3$$

Esquema y luz de cálculo:

Esquema: Viga simplemente apoyada

Luz entre ejes de apoyos: 15,00 m

Cargas exteriores: $t_{D1} = \text{permanentes en el momento del tesado} = 0,00 \text{ kN/m}$

$t_{D2} = \text{permanentes luego del tesado} = 3,00 \text{ kN/m}$

$$t_{L1} = \text{parte de sobrecarga casi-permanente} = 0,00 \text{ kN/m}$$

$$t_{L2} = \text{resto de sobrecarga} = 6,00 \text{ kN/m}$$

Resolución:

a) Momentos flectores y tensiones

Se calculan los momentos flectores en el centro del tramo y en la denominada “sección de transferencia” que es aquella en la que puede considerarse que los elementos tensores ya han transferido totalmente la carga de pretensado al hormigón. Se supone que dichos elementos tienen 12,7 mm de diámetro. Del lado seguro, se supondrá que la sección de transferencia se encuentra ubicada a 50 veces dicho diámetro del extremo de la viga, es decir: 0,635 m.

$$t_{D0} = \text{Peso propio de la sección de hormigón} = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,288 \text{ m}^2 = 7,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga actuante en el momento del tesado} = t_{D0} + t_{D1} = 7,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga semi-permanente} = t_{D0} + t_{D1} + t_{D2} + t_{L1} = (7,20 + 3,00) \text{ kN/m} = 10,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga total máxima} = t_{D0} + t_{D1} + t_{D2} + t_{L1} + t_{L2} = (7,20 + 3,00 + 6,00) \text{ kN/m} = 16,20 \text{ kN/m}$$

		Momentos flectores [kNm]		
Sección	Dist. al apoyo izquierdo [m]	En el momento del tesado (t=0)	Luego de pérdidas (t=∞) p/carga	
			Semi-permanente	Total
Transferencia	0,635	32,84	No interesa (*)	No interesa (*)
En L/2	7,50	202,50	286,88	455,63

(*) Las tensiones más desfavorables se producen cuando actúa la mayor carga de pretensado y la menor carga exterior, es decir, en el momento del tesado.

		Tensiones [MPa]		
Sección	Fibra	En el momento del tesado (t=0)	Luego de pérdidas (t=∞) p/carga	
			Semi-permanente	Total
Transferencia	Superior	0,57	No interesa	No interesa
	Inferior	-1,58		
En L/2	Superior	3,54	5,02	7,98
	Inferior	-9,75	-13,81	-21,93

b) Tensiones admisibles

b.1) En el hormigón

		Expresión reglamentaria	Valor en [MPa]
En el momento del tesado $t = 0$	Compresión	$0,60 \cdot f'_{ci}$	14,70
	Tracción en apoyos simples	$0,50 \cdot f'_{ci}{}^{1/2}$	2,47
	Tracción	$0,25 \cdot f'_{ci}{}^{1/2}$	1,24
Luego de pérdidas $t = \infty$	Comp. cargas permanentes	$0,45 \cdot f'_c$	15,75
	Compresión carga total	$0,60 \cdot f'_c$	21,00
	Tracción	$f'_c{}^{1/2}$	5,92

b.2) En el acero de pretensado

Por acción directa del gato	=	mínimo ($0,80 \cdot f_{pu}$; $0,94 \cdot f_{py}$)	=	1491 MPa
Instante de transferencia	=	mínimo ($0,74 \cdot f_{pu}$; $0,82 \cdot f_{py}$)	=	1379 MPa
En anclajes para $t = 0$	=	$0,70 \cdot f_{pu}$	=	1305 MPa

c) Cálculo de la fuerza de pretensado

La fuerza de tesado se dimensiona de modo de que para carga total la tensión en la fibra inferior no supere la tensión de tracción admisible en el centro del tramo (5,92 MPa). El pretensado deberá compensar entonces una tensión igual a la diferencia entre la tensión producida por la totalidad de las cargas y la tensión admisible, es decir: $21,93 - 5,92 = 16,02$ MPa.

La tensión de compresión producida en la fibra inferior de la sección media por la fuerza de tesado vale: $P_e / A_g + P_e \cdot e / W_{inf}$

donde P_e = fuerza de tesado efectiva (luego de pérdidas)
 e = excentricidad media de los elementos tensores = 0,25 m (*)

(*) este valor se adoptó luego de una serie de tanteos.

Con la excentricidad adoptada se obtiene: $P_e = 1032,9$ kN

Para estimar la sección necesaria de acero de pretensado se debe conocer la fuerza de tesado en el momento de la transferencia. Dado que esa fuerza surge del cálculo de pérdidas donde ella misma es un dato de partida, es necesario hacer una estimación que llevará a un cálculo iterativo que converge muy rápidamente. En primera instancia (luego se verificará) se supone que en el momento de la transferencia la fuerza es un 7% superior a la fuerza efectiva. En base a la utilización de cordones de 12,7 mm (98,7 mm² de sección) se obtiene:

$$\text{Cantidad necesaria de cordones} = \frac{1,07 \cdot 1032,9 \text{ kN}}{1379 \text{ MPa} \cdot 98,7 \text{ mm}^2} \cdot 1000 \frac{\text{MN mm}^2}{\text{kN m}^2} = 8,12$$

Se adoptan 8 cordones, es decir: $8 \cdot 98,7 \text{ mm}^2 = 790 \text{ mm}^2$

d) Cálculo de pérdidas

d.1) Pérdidas instantáneas

Dado que se trata de un elemento pretensado pretesado, no existen pérdidas por fricción. Las pérdidas en los anclajes se compensan dando una mayor tensión inicial al gato. Restan entonces, como pérdidas instantáneas, solamente las correspondientes al acortamiento elástico del hormigón en el momento de la transferencia.

$$ES = \text{pérdidas por acortamiento elástico} = K_{es} \cdot E_{ps} \cdot f_{cir} / E_{ci} = 39,54 \text{ MPa}$$

$$K_{es} = 1,00 \text{ (elemento pretensado pretesado)}$$

$$E_{ps} = 195000 \text{ MPa}$$

$$E_{ci} = 23264 \text{ MPa}$$

f_{cir} = tensión de compresión neta en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores inmediatamente después de la transferencia

$$f_{cir} = K_{cir} \cdot f_{cpi} - f_g = 0,90 \cdot 11,40 \text{ MPa} - 5,54 \text{ MPa} = 4,72 \text{ MPa}$$

$$K_{cir} = 0,90 \text{ (elemento pretensado pretesado)}$$

f_{cpi} = tensión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores debida a la fuerza de tesado descontadas las pérdidas de fricción, acuñaamiento y retroceso de anclaje

f_g = tensión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores debida a las cargas exteriores que actúan en el momento del tesado

P_{pi} = fuerza de tesado descontadas las pérdidas de fricción, acuñaamiento y retroceso de anclaje $\approx 1,07 \cdot P_e = 1,07 \cdot 1032,9 = 1105,2 \text{ kN}$

$$\begin{aligned} f_{cpi} &= P_{pi} / A_g + P_{pi} \cdot e^2 / I_g \\ &= [1105,2 \text{ kN} / 0,288 \text{ m}^2 + 1105,2 \text{ kN} \cdot (0,25 \text{ m})^2 / 0,00914 \text{ m}^4] \cdot 0,001 \text{ MN} / \text{kN} = \\ &= 11,40 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$f_g = [202,50 \text{ kNm} \cdot 0,25 \text{ m} / 0,00914 \text{ m}^4] \cdot 0,001 \text{ MN} / \text{kN} = 5,54 \text{ MPa}$$

d.2) Pérdidas diferidas

d.2.1) Contracción del hormigón (SH)

$$SH = 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot K_{sh} \cdot E_{ps} \cdot (1 - 0,024 \cdot V/S) \cdot (100 - RH) = 36,61 \text{ MPa}$$

$$K_{sh} = 1,0 \text{ (para elementos pretensados pretesados)}$$

$$E_{ps} = 195000 \text{ MPa}$$

$$V/S = A_g / \text{Perímetro} = 0,288 \text{ m}^2 / 8,202 \text{ m} = 0,0351 \text{ m} \text{ (3,51 cm)}$$

RH = 75% (valor correspondiente al emplazamiento de la estructura)

d.2.2) Fluencia del hormigón (CR)

$$CR = K_{cr} \cdot (f_{cir} - f_{cds}) \cdot E_{ps} / E_c = 33,66 \text{ MPa}$$

$$K_{cr} = 2,00 \text{ (para elementos pretensados pretesados)}$$

$$E_{ps} = 195000 \text{ MPa}$$

$$E_c = 27806 \text{ MPa}$$

f_{cds} = tensión en el hormigón a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores debida a las cargas exteriores permanentes que se agregan luego del tesado.

$$f_{cds} = M_{cds} \cdot e / I_g =$$

$$= [(286,88 \text{ kNm} - 202,50 \text{ kNm}) \cdot 0,25 \text{ m} / 0,00914 \text{ m}^4] \cdot 0,001 \text{ MN/kN}$$

$$= 2,31 \text{ MPa}$$

d.2.3) Relajación de los cables (RE)

$$\begin{aligned} RE &= [K_{re} - J \cdot (ES + SH + CR)] \cdot C = \\ &= [35 \text{ MPa} - 0,04 \cdot (39,54 + 36,61 + 33,79) \text{ MPa}] \cdot 1,004 = \\ &= 30,73 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Para cordones de baja relajación se tiene: $K_{re} = 35 \text{ MPa}$
 $J = 0,04$

$$f_{pi} = P_{pi} / A_{ps} = [1105,2 \text{ kN} / 790 \text{ mm}^2] \cdot 1000 \text{ MN mm}^2 / (\text{kN m}^2) = 1400 \text{ MPa}$$

$$f_{pi} / f_{pu} = 1400 / 1864 = 0,751$$

$$C = 0,75 + 5 \cdot (f_{pi} / f_{pu} - 0,70) = 1,004$$

d.3) Resumen de pérdidas y verificación de tensiones en cordones

$$ES = 39,54 \text{ MPa}$$

$$SH = 36,61 \text{ MPa}$$

$$CR = 33,79 \text{ MPa}$$

$$RE = 30,73 \text{ MPa}$$

$$\text{Total Pérdidas} = 140,66 \text{ MPa}$$

La tensión efectiva luego de pérdidas vale:

$$P_e / A_{ps} = [1032,9 \text{ kN} / 790 \text{ mm}^2] \cdot 1000 \text{ MN mm}^2 / (\text{kN m}^2) = 1308,2 \text{ MPa}$$

La tensión luego de anclar en el banco de tesado (luego de pérdidas por acuñamiento, etc.) = 1308,2 MPa + 140,7 MPa = 1448,8 MPa

Como ya se ha visto, la tensión admisible por acción directa del gato es de 1491 MPa lo que da un margen para compensar las pérdidas por acuñamiento, etc.

Si se supone que en el momento de la transferencia se ha producido un cuarto de las pérdidas por relajación, la tensión en dicho momento luego de producida la transferencia (deformación elástica) será: $1448,8 \text{ MPa} - 30,73 \text{ MPa} / 4 = 39,54 \text{ MPa} = 1401,6 \text{ MPa}$
 La tensión anterior resulta alrededor de un 1,6% superior a la tensión admisible obtenida anteriormente cuyo valor es de 1379 MPa. A los efectos de este ejemplo, se considera una diferencia aceptable.

Anteriormente se ha supuesto que en el momento de la transferencia la tensión en los elementos tensores era 1,07 veces mayor que la efectiva. Luego de realizados los cálculos se obtiene: $1401,6 \text{ MPa} / 1308,2 \text{ MPa} = 1,0714$. Este valor podría dar lugar a una iteración pero dado que la diferencia no es sustancial y por razones de espacio, se supondrá que el valor obtenido es satisfactorio.

En definitiva resultan:

$$P_{pi} = \text{Fuerza en el momento de la transferencia} = 1,0714 \cdot P_e = 1106,7 \text{ kN}$$

$$P_e = \text{Fuerza efectiva luego de pérdidas} = 1032,9 \text{ kN}$$

e) Verificación de tensiones en el hormigón (tensiones en [MPa])

					Sección en L/2							
Tiempo		t = 0 (Transferencia)				Tiempo		t = ∞ (luego de pérdidas)				
Sección		Transferencia		Centro tramo		Cargas		Permanentes			Totales	
Fibra		Sup.		Inf.		Fibra		Sup.		Inf.		
P_{pi}/A_g		3,84				P_e/A_g		3,59				
$P_{pi} \cdot e \cdot y / I_g$		-4,84	13,32	-4,84	13,32	$P_e \cdot e \cdot y / I_g$		-4,52	12,43	-4,52	12,43	
$M \cdot y / I_g$		0,57	-1,58	3,54	-9,75	$M \cdot y / I_g$		5,02	-13,81	7,98	-21,93	
Total		-0,43	15,58	2,54	7,41	Total		4,09	2,21	7,04	-5,92	
Trac. Adm.		-2,47	-----	-1,24	-----	Trac. Adm.		-5,92				
Comp. Adm.		14,70				Comp. Adm.		15,75		21,00		

Como puede apreciarse, la sección verifica adecuadamente las tensiones a tiempo infinito y las compresiones en el momento de la transferencia se encuentran ligeramente superadas (6,0%). Nuevamente, a los efectos del ejemplo, se supone admisible esta pequeña diferencia. En un caso real el proyectista evaluará la conveniencia de introducir los cambios que considere necesarios para corregir esta situación.

f) Verificación de la resistencia a flexión

Supondremos (y luego verificaremos) que se trata de una sección controlada por tracción por lo que la condición resistente se expresa como: $M_u \leq \phi \cdot M_n = 0,90 \cdot M_n$

$$\begin{aligned} \text{En este caso: } M_u &= 1,2 \cdot M_D + 1,6 \cdot M_L \\ &= 1,2 \cdot 286,88 \text{ kN} + 1,6 \cdot 168,75 \text{ kNm} = 614,25 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Para el cálculo se utilizará la fórmula aproximada para la determinación de la tensión en el acero de los cordones en el momento de la rotura, es decir:

$$f_{ps} = f_{pu} \cdot \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot \left[\rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (\omega - \omega') \right] \right\} = 1842 \text{ MPa}$$

Asimismo se supondrá, en primera instancia, que la sección se comporta como rectangular ($a \leq h_f$), que no existe armadura significativa de compresión y que no será necesario adicionar armaduras pasivas.

$$\begin{aligned} f'_c &= 35 \text{ MPa} \\ f_{pu} &= 1864 \text{ MPa} \\ \gamma_p &= 0,28 \text{ (corresponde a aceros de baja relajación)} \\ \beta_1 &= 0,85 - 0,05 \cdot (f'_c - 30 \text{ MPa}) / 7 = 0,814 \\ \rho_p &= A_{ps} / (b \cdot d_p) = 790 \text{ mm}^2 / (3000 \text{ mm} \cdot 410 \text{ mm}) = 0,000642 \\ \rho_p \cdot f_{pu} / f'_c &= 0,0342 \\ b &= 3 \text{ m (3000 mm) (ancho total de la placa superior)} \\ d_p &= y_{sup} + e = 0,16 \text{ m} + 0,25 \text{ m} = 0,41 \text{ m (410 mm) (se adopta el valor medio)} \\ \omega &= \omega' = 0 \end{aligned}$$

La fuerza provista por la armadura vale entonces:

$$T = [1842 \text{ MPa} \cdot 790 \text{ mm}^2] \cdot 0,001 \text{ kN m}^2 / (\text{MN mm}^2) = 1454,69 \text{ kN}$$

La profundidad del eje neutro de tensiones será: $a = T / (0,85 \cdot f'_c \cdot b) = 0,0163 \text{ m}$ valor que resulta inferior a $h_f = 0,05 \text{ m}$ por lo que se convalida la hipótesis de suponer que se trata de una sección que se comporta como rectangular.

El momento nominal vale entonces: $M_n = T \cdot (d_p - a / 2) = 584,57 \text{ kNm}$

por lo que se da que:

$$M_u = 614,25 \text{ kNm} > 0,90 \cdot M_n = 0,90 \cdot 584,57 = 526,11 \text{ kNm}$$

no verificándose en consecuencia la condición resistente.

Se agregan 2 d_b12 en cada nervio, ubicados de modo que su centro de gravedad se encuentre a 0,05 m del borde inferior de la sección.

Suponiendo que las armaduras no tesas se encuentran en fluencia se tendrá:

$$\begin{aligned} T &= 1454,69 \text{ kN} + [4 \cdot 113 \text{ mm}^2 \cdot 420 \text{ MPa}] \cdot 0,001 \text{ kN m}^2 / (\text{MN mm}^2) = \\ &= 1454,69 \text{ kN} + 189,84 \text{ kN} = 1644,53 \text{ kN} \end{aligned}$$

operando igual que antes:

$$a = T / (0,85 \cdot f'_c \cdot b) = 0,0184 \text{ m}$$

$$M_n = T_{armadura \text{ tesa}} \cdot (d_p - a / 2) + T_{armadura \text{ no tesa}} \cdot (h - 0,05 \text{ m} - a / 2) =$$

$$M_n = 1454,69 \text{ kN} \cdot (0,41 - 0,0184 / 2) \text{ m} + 189,84 \text{ kN} \cdot (0,60 - 0,05 - 0,0184 / 2) \text{ m} =$$

$$M_n = 583,02 \text{ kNm} + 102,66 \text{ kNm} = 685,68 \text{ kNm} \quad \text{y ahora sí se verifica}$$

$$M_u = 614,25 \text{ kNm} < 0,90 \cdot M_n = 617,12 \text{ kNm}$$

$$\text{Dado que: } c = a / \beta_1 = 0,0184 \text{ m} / 0,814 = 0,0226 \text{ m}$$

la deformación a nivel del centro de gravedad de los elementos tensores vale

$$\varepsilon_{ps} = 0,003 \cdot (d_p - c) / c = 0,0514 \quad \text{con lo que se verifica que se trata de una sección controlada por tracción } (\varepsilon_{ps} > 0,005)$$

g) Verificación de cuantía mínima

$$\text{La condición a verificar es: } 1,2 \cdot M_{cr} \leq \phi \cdot M_n = 0,90 \cdot M_n = 617,12 \text{ kNm}$$

El momento de fisuración es aquel que luego de descomprimir la fibra inferior produce en ella una tracción igual a f_t siendo: $f_t = 0,7 \cdot f'_c{}^{1/2} = 4,14 \text{ MPa}$

Al verificar las tensiones en el hormigón se vio que el pretensado efectivo producía en la fibra inferior una tensión total igual a: $3,59 \text{ MPa} + 12,43 \text{ MPa} = 16,02 \text{ MPa}$

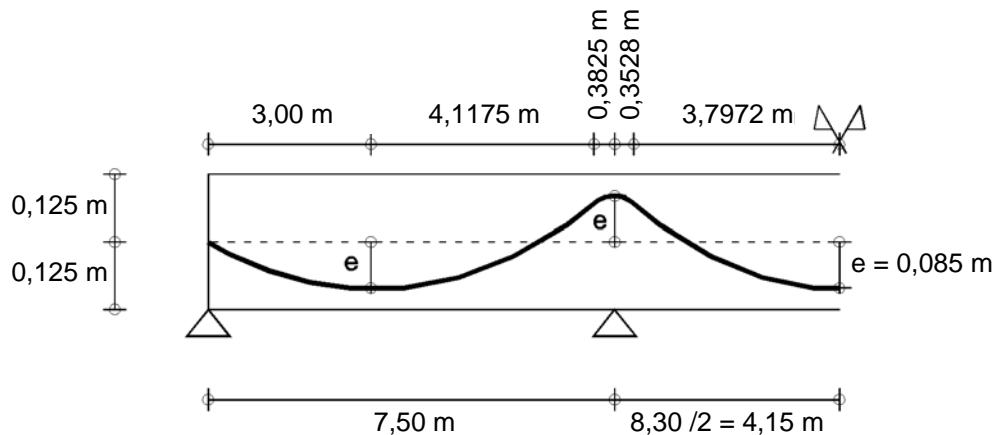
por lo que el momento de fisuración deberá producir una tracción igual a:
 $16,02 \text{ MPa} + 4,14 \text{ MPa} = 20,16 \text{ MPa}$

$$M_{cr} = 20,16 \text{ MPa} \cdot W_{inf} = 20,16 \text{ MPa} \cdot 0,0208 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ kN} / \text{MN} = 418,76 \text{ kNm}$$

Por lo que la condición: $1,2 \cdot M_{cr} = 1,2 \cdot 418,76 = 502,51 \text{ kNm} \leq \phi \cdot M_n = 617,12 \text{ kNm}$ se verifica adecuadamente.

Ejemplo 10.II

Enunciado: Calcular las pérdidas por fricción que se producen en el cable de la figura perteneciente a un entrepiso sin vigas. En la Figura la escala vertical ha sido forzada (se visualiza 10 veces más grande que en la realidad) para poder apreciar el trazado del cable.



En principio se piensa en ejecutar el tesado desde un solo extremo. Se utilizan cordones, C-1900 Grado 270, de 12,7 mm de diámetro constituidos por 7 alambres de acero de baja relajación. Se utilizan vainas metálicas que luego serán inyectadas.

Resolución:

Para el cálculo de las pérdidas se utilizará la expresión general:

$$P_{px} = P_{pj} \cdot e^{-(K \cdot \ell_{px} + \mu_p \cdot \alpha_{px})}$$

donde

P_{pj} = Fuerza de tesado en el extremo desde donde se efectúa el tesado

P_{px} = Fuerza de tesado en un punto alejado “x” del extremo desde donde se efectúa el tesado

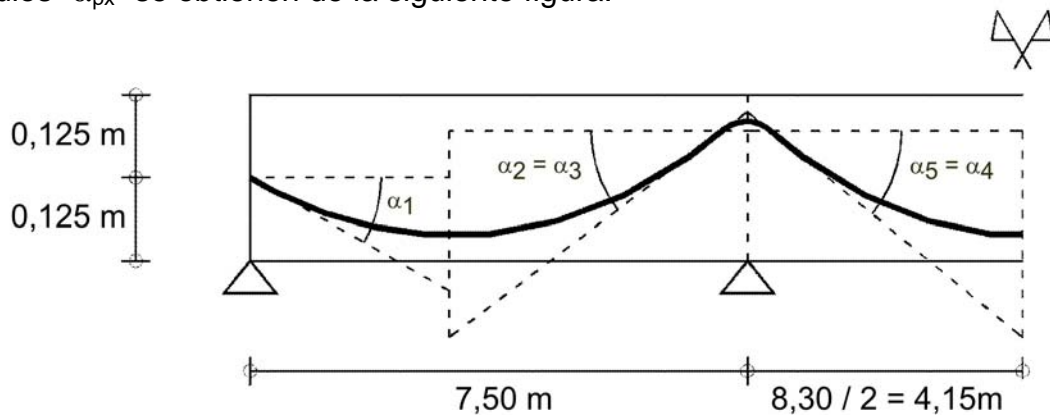
K = Coeficiente de desviación accidental (rozamiento parásito o rozamiento en recta) por metro lineal de cable = 0,0020 / m

ℓ_{px} = Longitud de cable medida desde el extremo desde donde se efectúa el pretensado

μ_p = Coeficiente de fricción por curvatura (o en curva) = 0,20

α_{px} = Suma de los valores absolutos de las variaciones angulares (desviaciones sucesivas), medidas en radianes, que se producen en el cable a lo largo de ℓ_{px}

Los ángulos “ α_{px} ” se obtienen de la siguiente figura:



Parábola	1	2	3	4	5
Long. parcial	3,00	4,1175			3,7972
Long. acum.	3,00	7,1175			11,65
Flecha	0,085	0,1556			0,1556
α_{pi}	0,0567	0,0756			0,0819

Para el cálculo de pérdidas se eligen algunos puntos singulares y luego se supone que entre los mismos se produce una variación lineal.

l_{px} [m]	Δl_{px} [m]	α_{pi} [rad]	$\Sigma \alpha_{pi}$ [rad]	$e^{-(\mu p \cdot \Sigma \alpha_{pi} + K \cdot l_{px})}$
0,00	----	0,0000	0,0000	1,0000
3,00	3,00	0,0567	0,0567	0,9828
7,1175	4,1175	0,0756	0,1322	0,9601
7,50	0,3825	0,0756	0,2078	0,9450
7,8528	0,3528	0,0820	0,2898	0,9290
11,65	3,7972	0,0820	0,3717	0,9070
15,4472	3,7972	0,0820	0,4537	0,8855
15,80	0,3528	0,0820	0,5356	0,8705
16,1825	0,3825	0,0756	0,6112	0,8567
20,30	4,1175	0,0756	0,6868	0,8370
23,30	3,00	0,0567	0,7435	0,8226

La tabla anterior indica que, si la pérdida del 18% que experimenta el extremo correspondiente al anclaje pasivo fuera mayor que lo tolerable, podría pensarse en hacer un tesado desde ambos extremos en cuyo caso la pérdida máxima correspondería al punto medio y sería del orden del 10%.

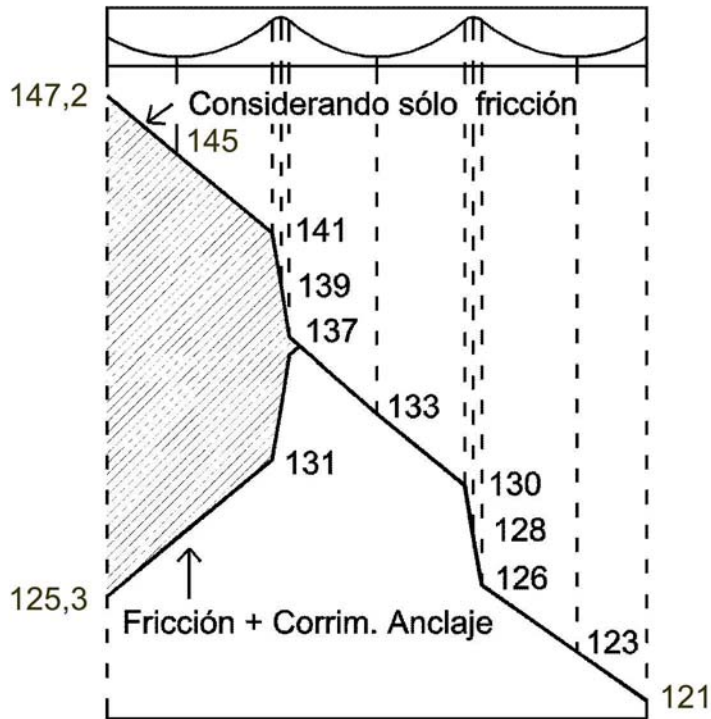
Falta todavía tener en cuenta la pérdida originada por el deslizamiento de los cables dentro del dispositivo de anclaje. En este caso (depende de la patente de pretensado que se esté utilizando) se adopta un corrimiento de $\Delta_{set} = 6$ mm. Este corrimiento produce un acortamiento en el cable que se ve gradualmente impedido por el rozamiento de modo que el efecto se anula para una distancia del anclaje activo.

En el ejemplo anterior se calculó la siguiente tensión admisible para un cordón de baja relajación:

$$\text{Por acción directa del gato} = \text{mínimo } (0,80 \cdot f_{pu} ; 0,94 \cdot f_{py}) = 1491 \text{ MPa}$$

Suponiendo que se tesa el cordón a ese nivel de tensión se tendrá:

$$P_{pj} = 98,7 \text{ mm}^2 \cdot 1491 \text{ MPa} \cdot 0,001 \text{ kN m}^2 / (\text{MN mm}^2) = 147,2 \text{ kN}$$



Suponiendo que la descarga producida por el corrimiento en el anclaje se produce con pendientes "simétricas" a las del proceso de carga, se obtiene un diagrama como el de la figura siguiente. En ella la poligonal superior indica la variación de la fuerza de tesado teniendo en cuenta únicamente las pérdidas por fricción y la inferior representa la variación de dicha fuerza incorporando el corrimiento de anclaje. El área sombreada se ha obtenido por tanteos de modo de verificar la siguiente igualdad:

$$\text{Corrimiento de anclaje} = \frac{\text{Área sombreada}}{(A_{ps} \cdot E_{ps})}$$

El cálculo por iteración conduce a una longitud afectada de aproximadamente 8,10 m es decir, que ingresa ligeramente en el segundo tramo.

Este tipo de cálculo puede hacerse muy rápidamente con un programa de dibujo asistido por computadora.

