

# MATEMÁTICA DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS I

CURSO 04/05

Examen 1ª SEMANA

Día 25/01/05 a las 16 horas

MATERIAL AUXILIAR: Calculadora financiera

DURACIÓN: 2 horas

1. a) **Ley financiera de descuento compuesto:** Definición y expresión matemática. Valor descontado y descuento. Representación gráfica. (1,5 puntos).

b) *Aplicación práctica:* Obtener el valor descontado y el descuento efectuado a un capital de cien mil euros que vence dentro de tres años sabiendo que se aplica la ley financiera de descuento compuesto y que el tanto descuento es  $d = 6\%$ . Obtener también el tanto de capitalización equivalente y el tanto instantáneo. (1,5 puntos).

## 2. Rentas:

El propietario de unos terrenos ha decidido venderlos a una empresa inmobiliaria y acuerdan la siguiente forma de pago:

- 100.000 euros al contado
- A continuación se pagará una renta mensual y pospagable que irá creciendo anualmente en progresión geométrica a razón de un 3% anual. La cuantía mensual que va a cobrar durante el primer año es de 10.000 euros y la duración total de la percepción de esta renta es 15 años.

Transcurridos dos años completos, el vendedor desea sustituir la renta pendiente de cobro por otra equivalente, de duración perpetua, que se dedique a pagar una beca de investigación anual con carácter perpetuo y cuyo importe crezca anualmente en progresión geométrica al 2%. El primer pago de la beca se efectuará un año después de la toma de esta decisión. Esta operación se acuerda con una entidad financiera que se encargará, a partir de este momento, del cobro de la primera renta y de pagar la beca.

Sabiendo que para la valoración financiera se ha acordado aplicar en ambos casos un tanto efectivo anual del 5%, obtener razonadamente:

- a) El precio de venta al contado de esos terrenos. (1,5 puntos).
- b) Cuantía de la beca que se ha de pagar el primer año. (2 puntos).

3. a) **Teoría: Pagares de empresa.**- Características, y forma de calcular su rentabilidad de acuerdo con la normativa establecida por el Mercado AIAF de Renta Fija. (1,5 puntos).

b) *Práctica:* En la subasta de Letras del Tesoro a 12 meses celebrada el 17 de noviembre de 2004 se han obtenido los siguientes resultados (tal como puede verse también en la página web [www.tesoro.es](http://www.tesoro.es)). La fecha en la que los inversores han desembolsado el capital es el 19 de noviembre (tal como indica la fecha de liquidación del cuadro adjunto).

Fecha de liquidación	19-Nov-04
Precio mínimo aceptado	?
Tipo de interés marginal	2,200
Precio medio	97,992
Tipo de interés medio	?

Sabiendo que el vencimiento de estas letras se producirá el 21 de octubre de 2005, *calcular razonadamente:*

- 1) El tipo de interés medio al que ha resultado la subasta. (0,5 puntos).
- 2) El precio mínimo aceptado conocido el tipo de interés marginal. (0,5 puntos).
- 3) Para un inversor que adquiere, directamente en el Banco de España, 20 letras al precio medio y paga una comisión del 0,015% a la amortización. Calcular el importe que ha de desembolsar a la compra, el que obtendrá a la amortización y el tanto efectivo de rentabilidad que obtendrá. (1 punto).

**Solución Primera Semana – Febrero 2005**

1. a) Teoría

b)

$$V_0 = C \cdot (1-d)^t = 100.000 \cdot (1-0,06)^3 = 83.058,4 \text{ €}$$

$$D = C - V_0 = 100.000 - 83.058,4 = 16.941,6 \text{ €}$$

$$i = \frac{d}{1-d} = \frac{0,06}{1-0,06} = 0,0638$$

$$\delta(t) = -\text{Ln}(1-d) = -\text{Ln}(1-0,06) = 0,0619$$

2. a)

$$V_0 = 100.000 + A(10.000 \cdot 12; 1,03)_{15}^{-0,05} = 100.000 + 10.000 \cdot 12 \cdot \frac{0,05}{12 \cdot (1,05^{1/12} - 1)} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1,03}{1,05}\right)^{15}}{1,05 - 1,03} = 1.637.698,5 \text{ €}$$

b) Valor actual de la renta pendiente de cobro:

$$A(10.000 \cdot 12; 1,03^2)_{13}^{-0,05} = 10.000 \cdot 12 \cdot 1,03^2 \cdot \frac{0,05}{12 \cdot (1,05^{1/12} - 1)} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1,03}{1,05}\right)^{13}}{1,05 - 1,03} = 1.440.043,48 \text{ €}$$

Cuantía de la beca del primer año:

$$1.440.043,48 = A(C; 1,02)_{\infty}^{-0,05} = \frac{C}{1 + 0,05 - 1,02} \Rightarrow C = 43.201,3 \text{ €}$$

3. a) Teoría

$$\text{b1)} \quad 979,92 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{336}{360}\right) = 1.000 \Rightarrow i = 0,021955$$

$$\text{b2)} \quad P_{\min} \cdot \left(1 + 0,022 \cdot \frac{336}{360}\right) = 1.000 \Rightarrow P_{\min} = 979,88 \text{ €}$$

b3)

$$\text{Desembolso} = 20 \cdot 979,92 = 19.598,4 \text{ €}$$

$$\text{Ingresos} = 20 \cdot 1.000(1 - 0,00015) = 19.997 \text{ €}$$

$$\text{Rentabilidad} \Rightarrow 19.598,4 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{336}{365}\right) = 19.997 \Rightarrow i = 0,022094$$

**MATEMÁTICA DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS I**

CURSO 04/05

Examen 2ª SEMANA

Día 8/02/05 a las 16 horas

MATERIAL AUXILIAR: Calculadora financiera

DURACIÓN: 2 horas

- 1.- a) **Leyes financieras estacionarias.** Definición, expresión matemática, condición necesaria y suficiente de estacionariedad. (1,5 puntos).
- b) **Capitalización simple:** Un ahorrador coloca hoy un capital de cuantía  $C$  al 5% anual durante 73 días y se sabe que la diferencia entre los intereses calculados con el año comercial y el civil es de 12,50 euros. Obtener la cuantía  $C$ . (1,5 puntos).
2. **Rentas**
- a) Teoría: **Rentas que se valoran con mas de un tanto:** Obtener los valores actual y final de una renta de cuantía anual constante  $a$  y duración  $n$  años que se valora en capitalización compuesta a tanto  $i_1$  durante los  $s$  primeros años y a tanto  $i_2$  durante los  $n-s$  últimos años. (1,5 puntos).
- b) Práctica: Una empresa acaba de firmar un **contrato de mantenimiento** de equipos por un importe de cinco mil euros trimestrales durante el primer año, con incrementos anuales acumulativos (en progresión geométrica) previstos del 3% anual. Si se utiliza un tanto de valoración del 9% efectivo anual, *determinar* el valor actualizado de esa corriente de pagos en el supuesto de que se realizan con carácter prepagable a partir de este momento y que el contrato tiene una duración: a) de 10 años; b) ilimitada. (1,5 puntos).
3. a) Teoría: **Operación financiera.**- Concepto, elementos que la definen y representación gráfica. (1 punto).
- b) Práctica: **Descuento de papel comercial.**- La empresa K ha negociado en su banco Z el descuento de una letra de cambio de nominal diez mil euros obteniendo una cuantía efectiva de 9.762,50 euros; el banco ha aplicado el descuento comercial al 9% anual así como una comisión de cobranza del 0,5% sobre el nominal, con un mínimo de 7 euros. El timbre de la letra ha importado 33,66 euros. Obtener razonadamente:
- b1) El número de días de descuento que se ha aplicado. (1 punto).
- b2) El tanto de rentabilidad para el banco y el tanto de coste para el cliente, ambos en capitalización simple. (1 punto).
- b3) El TAE al que resulta el descuento de esta letra y el tanto de coste en capitalización compuesta. (1 punto).

Nota: En el descuento bancario se utiliza el año comercial de 360 días

**Solución Segunda Semana – Febrero 2005**

1. a) Teoría

b)

$$I_{\infty} - I_{ci} = 12,5 \Rightarrow I_{ci} \cdot \frac{73}{72} - I_{ci} = 12,5 \Rightarrow \frac{I_{ci} \cdot 73 - I_{ci} \cdot 72}{72} = 12,5 \Rightarrow I_{ci} = 900$$

$$I_{ci} = \frac{C \cdot i \cdot n}{365} \Rightarrow 900 = \frac{C \cdot 0,05 \cdot 73}{365} \Rightarrow C = 90.000 \text{ €}$$

2. a) Teoría

$$\text{b1) } \ddot{V}_0 = \ddot{A}(5.000 \cdot 4; 1,03)_{10}^{(4)} -_{0,09} = 5.000 \cdot 4 \cdot 1,09^{1/4} \cdot \frac{0,09}{4 \cdot (1,09^{1/4} - 1)} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1,03}{1,09}\right)^{10}}{1,09 - 1,03} = 152.123,67 \text{ €}$$

$$\text{b2) } \ddot{V}_0 = \ddot{A}(5.000 \cdot 4; 1,03)_{\infty}^{(4)} -_{0,09} = 5.000 \cdot 4 \cdot 1,09^{1/4} \cdot \frac{0,09}{4 \cdot (1,09^{1/4} - 1)} \cdot \frac{1}{1,09 - 1,03} = 351.881,38 \text{ €}$$

3. a) Teoría

$$\text{b1) } E = N \cdot \left(1 - \frac{d \cdot n}{360} - g\right) \Rightarrow 9.762,5 = 10.000 \cdot \left(1 - \frac{0,09 \cdot n}{360} - 0,005\right) \Rightarrow n = 75 \text{ días}$$

b2)

$$9.762,5 \cdot \left(1 + i_b \cdot \frac{75}{365}\right) = 10.000 \Rightarrow i_b = \frac{10.000 - 9.762,5}{9.762,5} \cdot \frac{365}{75} = 0,118395$$

$$(9.762,5 - 33,66) \cdot \left(1 + i_c \cdot \frac{75}{365}\right) = 10.000 \Rightarrow i_c = \frac{10.000 - 9.728,84}{9.728,84} \cdot \frac{365}{75} = 0,135643$$

b3)

$$E \cdot (1 + \text{TAE})^{n/360} = N \Rightarrow (9.762,5 + 7) \cdot (1 + \text{TAE})^{75/360} = 10.000 \Rightarrow \text{TAE} = 0,11844$$

$$L \cdot (1 + \text{TAEC})^{n/365} = N \Rightarrow (9.762,5 - 33,66) \cdot (1 + \text{TAEC})^{75/365} = 10.000 \Rightarrow \text{TAEC} = 0,143149$$

# MATEMÁTICA DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS I

CURSO 04/05

Examen Septiembre Principal

Día 06/09/05

MATERIAL AUXILIAR: Calculadora financiera

DURACIÓN: 2 horas

1. a) **Descuento racional:** Explicar razonadamente:

La definición y expresión matemática de esta ley financiera de valoración, sus magnitudes derivadas, cómo se obtiene el valor descontado y el descuento y su representación gráfica.

b) **Capitalización simple:** Un capital de cuantía  $C$  se coloca durante 146 días al 5% anual; se sabe que la diferencia entre los intereses calculados con el año comercial y el civil es de 25 euros. Obtener la citada cuantía  $C$ .

2. **Rentas**

a) *Rentas que se valoran con más de un tanto:* Obtener *razonadamente* el valor actual de una renta de cuantía constante, temporal y pospagable, cuyos términos se pagan anualmente, sabiendo que su duración es  $n$  años y se valora en capitalización compuesta a un tipo de interés anual  $i_1$  para los  $s$  primeros años ( $s < n$ ) y a un tipo anual  $i_2$  durante los  $n-s$  últimos años.

b) La empresa concesionaria de una autopista de reciente construcción estima que van a circular durante el primer año 600.000 vehículos y que este número irá creciendo anualmente en progresión geométrica a razón de un 3% anual. El precio medio del peaje se ha fijado en 25 euros por vehículo. Se desea conocer el valor actualizado de los ingresos que va a producir la autopista en los próximos 12 años sabiendo que el tanto de valoración es el 6% efectivo anual. *Nota:* Los ingresos se producen diariamente con carácter pospagable.

3. En la página web del Tesoro Público se han publicado los resultados de la subasta de **Letras del Tesoro** a 12 y 18 meses realizada el 15 de junio de 2005. Éstos han sido:

Clase	Colocación*	Vencimiento	Precio medio
Letras a 12 meses	17 de junio de 2005	23 de junio de 2006	97,922%
Letras a 18 meses	17 de junio de 2005	22 de diciembre de 2006	96,953%

*Obtener razonadamente:*

- La rentabilidad media que corresponde a las letras a 12 meses y a 18 meses.
- El número de letras a 18 meses que podrá adquirir un inversor que dispone de 125.000 euros, sabiendo que ha de pagar una comisión de suscripción del 2,5‰ del nominal de cada letra.
- Un suscriptor de letras a 12 meses, las vende cuando han transcurrido 200 días y consigue una rentabilidad neta del 2,01% anual, calcular el precio al que las habrá vendido sabiendo que ha pagado únicamente una comisión a la venta del 3‰.

\* La fecha de colocación de esta emisión es aquella en que los inversores han desembolsado el importe total de la suscripción y, por lo tanto, empieza a contar el tiempo hasta el vencimiento de la letra.

**Puntuación:** Preguntas 1a, 1b y 2a: 1,5 puntos cada una; Pregunta 2b = 2,5 puntos. Pregunta 3: 3 puntos (1 punto cada apartado).

**Solución Septiembre 05 - Principal**

1. a) Teoría

$$b) \quad I_{co} - I_{ci} = 25 \Rightarrow \frac{C \cdot 0,05 \cdot 146}{360} - \frac{C \cdot 0,05 \cdot 146}{365} = 25 \Rightarrow C = 90.000 \text{ €}$$

2. a) Teoría

b)

$$V_O = A(600.000 \cdot 25; 1,03)_{12}^{(365)} \cdot \overline{0,06} = 600.000 \cdot 25 \cdot \frac{0,06}{365 \cdot (1,06^{1/365} - 1)} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1,03}{1,06}\right)^{12}}{1,06 - 1,03} = 150.037.591,41 \text{ €}$$

3. a)

$$979,22 \cdot \left(1 + i_m \cdot \frac{371}{360}\right) = 1.000 \Rightarrow i_m = 0,0205917$$

$$969,53 \cdot (1 + i_m)^{553/360} = 1.000 \Rightarrow i_m = 0,0203485$$

$$b) \quad \text{Letras} = \frac{125.000}{969,53 + 1.000 \cdot 0,0025} = 128,59 \Rightarrow 128 \text{ letras}$$

$$c) \quad 979,22 \cdot \left(1 + 0,0201 \cdot \frac{200}{365}\right) = P_v - 0,003 \cdot 1.000 \Rightarrow P_v = 993 \text{ €}$$