Problemas propuestos (Aritmética y codificación)

3.1

$$\begin{array}{r} 15,25 \\ +\ 8,75 \\ \hline 24,00 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 1111,01 \\ 1000,11 \\ \hline 11000,00 \end{array} \rightarrow 24$$

3.2

$$\begin{array}{r} 15,25 \\ -\ 8,75 \\ \hline 6,50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1111,01 \\ 1000,11 \\ \hline 0110,10 \end{array} \rightarrow 6,5$$

3.3 8 bits en signo-magnitud

a) $-25 \Rightarrow 25 = 11001 \Rightarrow 10011001$

$85 \Rightarrow \Rightarrow 01010101$

$-100 \Rightarrow 100 = 1100100 \Rightarrow 11100100$

$125 \Rightarrow \Rightarrow 01111101$

3.4 8 bit complemento A1

$-27 \Rightarrow 27 = 00011011 \Rightarrow 11100100$

$88 \Rightarrow \Rightarrow 01011000$

$-99 \Rightarrow 99 = 01100011 \Rightarrow 10011100$

$126 \Rightarrow \Rightarrow 01111110$

3.5 8 bit C2

$-10 \Rightarrow 10 = 00001010 \Rightarrow \begin{array}{r} 11110101 \\ 1 \\ \hline 11110110 \end{array}$

$78 \Rightarrow 78 = 01001110$

$-101 \Rightarrow 101 = 01100101 \Rightarrow \begin{array}{r} 10011010 \\ 1 \\ \hline 10011011 \end{array}$

$123 \Rightarrow 01111011$

(3.6) ¿Nº decimal? en signo-magnitud

10010011 ⇒ -19

01011010 ⇒ 90

11111110 ⇒ -126

00000111 ⇒ 7

(3.7) ¿Nº decimal? C1

10010011 ⇒ 01101100 ⇒ -108

01011010 ⇒ 90

11111110 ⇒ 00000001 ⇒ -1

00000111 ⇒ 7

(3.8) ¿Nº decimal? C2

10010011 ⇒ 01101100

$$\frac{\begin{array}{r}01101100\\ 1\end{array}}{01101101} \Rightarrow -109$$

01011010 ⇒ 90

11111110 ⇒ 0000 0001

$$\frac{\begin{array}{r}0000\,0001\\ 1\end{array}}{0000\,0010} \Rightarrow -2$$

00000111 ⇒ 7

(3.9) En formato IEEE 754 de 32 bit $-1023 \cdot 10^{-24}$

$$1023 \cdot 10^{-24} = 2^{x} \Rightarrow \log 1023 - 24 \log 10 = x \log 2$$

$$x = \frac{\log 1023 - 24}{\log 2} = -69{,}72 \Rightarrow -70$$

$$1023 \cdot 10^{-24} = y \cdot 2^{-70} \Rightarrow y = 1{,}207745 \Rightarrow \begin{cases} s = 0 \\ exp = 00111001 \\ m = 0011010100101110 \end{cases}$$

70 ⇒ 127 − 70 = 57 ⇒ 00111001

0,207745 ⇒ 0011010100101110

ACB

(3.10) ¿Valor decimal? IEEE 754 - 32 bits

(a) $\underbrace{0}\ \underbrace{100\ 0100\ 1}\ \underbrace{000\ 1100\ 0000 \ldots 0}$

$+$

$100\ 01001 \Rightarrow 137 \Rightarrow 137 - 127 = 10$

$\underbrace{1,\overbrace{0001100000}^{}}_{10} \Rightarrow 1120$

(b) $\underbrace{0}_{+}\ \underbrace{111\ 1111\ 1}\ \underbrace{100 \ldots 0}_{\neq 0}$

$11111111 \Rightarrow 255 \Rightarrow \Rightarrow \%$

(c) $\underbrace{0}\ \underbrace{111\ 1111\ 1}\ \underbrace{00 \ldots 0} \Rightarrow +\infty$

(d) $\underbrace{1}\ \underbrace{111\ 1111\ 1}\ \underbrace{0 \ldots 0} \Rightarrow -\infty$

(e) $00 \ldots 0 \Rightarrow 0$

(f) $\underbrace{0}\ \underbrace{000\ 0000\ 0}\ \underbrace{000\ 11\ 0 \ldots 0} \simeq 0$

$+$

$00000000 \Rightarrow 0 \Rightarrow 0 - 127 = -127$

$1,00011 = 1,09375$

$\left.\right\} 1,09375 \cdot 2^{-127} = 6,428 \cdot 10^{-39}$

(3.11) Bin a Gray

(a) $1011 \Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 101|1 \\ \hline 1110 \end{array}$$

(b) $1100101 \Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 1100101 \\ 110010|1 \\ \hline 1010111 \end{array}$$

(c) $1110001110 \Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 1110001110 \\ 111000111|0 \\ \hline 1001001001 \end{array}$$

AC14

3.12 Gray a Bin

ⓐ 1011 ⇒

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 110 \\ \hline 1101 \end{array}$$

ⓑ 1100101 ⇒

$$\begin{array}{r} 1100101 \\ 100011 \\ \hline 1000110 \end{array}$$

ⓒ 111000111 0 ⇒

$$\begin{array}{r} 1110001110 \\ 101111010 \\ \hline 1011110100 \end{array}$$

3.13 BCD exceso 3 a decimal

ⓐ 1011 ⇒ 11 ⇒ 11 - 3 = 8

ⓑ 110011 ⇒ 0011 0011 ⇒ 0 0 ⇒ Ø

ⓒ 10011001010.01 ⇒ $\underbrace{0100}_{4-3}\ \underbrace{1100}_{12-3}\ \underbrace{1010}_{10-3}\ .\ \underbrace{0100}_{4-3}$

1 9 7 1

⇓

197,1

3.14 Decimal a BCD exceso 3

ⓐ 5 ⇒ 5 + 3 ⇒ 1000

99 ⇒ 9+3 = 12 ⇒ 11 00 ⇒ 1100 1100

199,05 ⇒ 1 + 3 = 4 → 0100
9 + 3 = 12 → 1100
0 + 3 = 3 – 0011
5 + 3 = 8 – 1000
⇒ 0100 1100 1100,0011 1000

3.15 Mensaje desde ASCII:

1001110	1101001	1110110	1100101	1101100	0100000
N	i	v	e	l	

0100010	0110001	0100010
<<	1	<<

AC15

3.17 10 MOV A, #20H; Valor inicial → ASCII

0110001 0110000 0100000 1001101 1001111 1010110 0100000

1000001 0101100 0100011 0110010 0110000 1001000 0100000

0111011 1010110 1100001 1101100 1101111 1110010 0100000

1101001 1101110 1101001 1100011 1101001 1100001 1101100

3.18 Paridad par erróneos

1011 → error pq 3 "1"

110011 → correcto 4 "1"

10011001000 → " 4 "1"

3.19 Añadir bit para paridad par

01011 → 010111

11001 → 110011

1001100100 → 10011001000

3.20 Códigos erroneos de par. impar

1011 → correcto

110011 → error

10011001000 → error

3.21 Añadir bit de paridad impar

01011 → 010110

11001 → 110010

1001100100 → 10011001001

3.22 Datos en código Hamming; corregirlos si necesario

(a)

$$\begin{array}{ccccccc} D_4 & D_3 & D_2 & & D_1 & & \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & & & P_3 & & P_2 & P_1 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} T_1 \Rightarrow D_1 \oplus D_2 \oplus D_4 \oplus P_1 = 0 \\ T_2 \Rightarrow D_1 \oplus D_3 \oplus D_4 + P_2 = 0 \\ T_3 \Rightarrow D_2 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus P_3 = 0 \end{array}\right\} \text{Correcto}$$

(b)

$$\begin{array}{ccccccc} D_4 & D_3 & D_2 & & D_1 & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \overline{P_3} & & \overline{P_2} & \overline{P_1} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} T_1 \Rightarrow D_1 \oplus D_2 \oplus D_4 \oplus P_1 = 1 \\ T_2 \Rightarrow D_1 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus P_2 = 1 \\ T_3 \Rightarrow D_2 \oplus D_3 \oplus D_4 \oplus P_3 = 0 \end{array}\right\} \text{error en bit } \underbrace{011}_{3}$$

Palabra correcta $\Rightarrow$ 1001$\underline{\underline{1}}$00

3.23 Palabras de datos originales del 3.22

(a) 1001100 → No error ⇒ Dato = 1001

(b) 1001000 → error ⇒ corregido ⇒ 1001100

$\Downarrow$

Dato = 1001

3.9 En IEEE754 de 32 bits

(a) $-1023 \cdot 10^{-24}$

a) Se quita el signo poniendo a 1 el bit MSB

b) Se expresa en modo de exponente 2 ⇒

$$1023 \cdot 10^{-24} = 2^x \Rightarrow \log 1023 - 24 \log 10 = x \log 2$$

$$x = \frac{\log 1023 - 24}{\log 2} = -69{,}727 \Rightarrow \text{aprox al inferior} \Rightarrow -70$$

c) $1023 \cdot 10^{-24} = y \cdot 2^{-70}$

Despejamos $y \Rightarrow \dfrac{1023 \cdot 10^{-24}}{2^{-70}} = 1,2077452 2799$

d) $1023 \cdot 10^{-24} = 1,20774522799 \cdot 2^{-70}$

e) Pasamos a binario la mantisa normalizada $\Rightarrow$

$0,20774522799 = 0,001101010010111\ldots$

f) Pasamos a binario exceso 127 el exponente

$127 - 70 = 57 \Rightarrow 00111001$

g) Configuramos el nº:

$\underset{s}{1}\ \underbrace{00111001}_{exp}\ 001101010010111\ldots$

(b) $78,545 \cdot 10^{16}$

$78,545 \cdot 10^{16} = 2^{x} \Rightarrow \log 78,545 + 16 \log 10 = x \log 2$

$x = \dfrac{\log 78,545 + 16}{\log 2} = 59,446 \Rightarrow 59$

$78,545 \cdot 10^{16} = 2^{59} \cdot y \Rightarrow y = \dfrac{78,545 \cdot 10^{16}}{2^{59}} = 1,36253855$

$0,36253855 = 0,010111001100111 10\ldots$

$127 + 59 = 186 \Rightarrow 1011101 0$

$78,545 \cdot 10^{16} = \underset{s}{0}\ \underbrace{10111010}_{Exp}\ \underline{010111001100111 10\ldots}$

(c) $-123,25$

$123 = 1111011$

$0,25 = 0,01$

$\underbrace{1\,1\,1\,1\,0\,1\,1}$. 0 1

6 desplaz $\Rightarrow$ $1,11101101 \cdot 2^6$

$127 + 6 = 133 \Rightarrow 10000101$

$-123,25 = \underset{s}{1} \quad \underset{exp}{\underline{10000101}} \quad \underline{1110110100\ldots}$

Problemas resueltos Gestión

(1.1) 1010 1100 0100 0111 → H = AC47(H

(1.2) 1227 → 16 bit C2 ⇒

```
1227 |16
107   76 |16
 11   12   4   ⇒  4CB(H = 0000010011001011
```

(1.3) −1227 → C2 16 bit ⇒

```
  0000 0100 1100 1011
  1111 1011 0011 0100
                    1
  -------------------
  1111 1011 0011 0101
    F    B    3    5
```

(1.4) −1227 → C2 20 bits ⇒ FFB35(H

(1.5) C19E0000 (IEEE 754)

```
1 100 0001 1 001 1110 0000 0000 0000 0000
s   exp              man
```

10000011 − 01111111 = 100

1,001111 = 0,125 + 0,0625 + 0,03125 + 0,015625 + 1 = 1,234375

$-1,234375 \cdot 2^4 = -19,75$

(1.6) 1540 → IEEE754 ⇒

```
1540 |16
100   96 |16
  4   00   6    ⇒ 604 ⇒ 110 0000 0100
                          exp = 10
```

S = 0

```
exp =   0111 1111
      +      1010
      -----------
        10001001
```

```
1540 = 0 1000 1001 1000000100000000000000
        4    4    C    0    8    0    0    0
```

PR6!

(1.7) error en el nº 291,072 en IEEE 754 (16 bit) 4391

4391 = $\underbrace{0}\ \underbrace{100\ 0011\ 1}\ \underbrace{001\ 0001}$

$1,0010001 = 1 + 0,125 + 0,0078125 = 1,1328125$

exponente = 8 $\Rightarrow$ $1,1328125 \cdot 2^{8} = 290$

$\Downarrow$

error = 1,072

(2.1) 554 → C2 16 bit ⇒

$$\begin{array}{r|l}
554 & 16 \\
074 & 34 \;|\; 16 \\
10 & 2 \quad 2
\end{array}$$

⇒ 22A ⇒

22A ⇒ $\underbrace{0000}_{0}\ \underbrace{0010}_{2}\ \underbrace{0010}_{2}\ \underbrace{1010}_{A}$

(2.2)

$$\begin{array}{r}
0000\ 0010\ 0010\ 1010 \\
1111\ 1101\ 1101\ 0101 \\
1 \\
\hline
\underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{1101}_{D}\ \underbrace{1101}_{D}\ \underbrace{0110}_{6}
\end{array}$$

(2.3) -554 ⇒ FFDD6

(2.4) C 2 820000

$\underbrace{1}\ \underbrace{100\ 0010\ 1}\ \underbrace{000\ 0010\ 0}$ - - - -

Signo = -

expon = 6

$1,000001 = 1,015625$

$\left.\right\}$ $-1,015625 \cdot 2^{6} = -65$

(2.5) 41 → IEEE 754 16bits

$41 \div 16$ → 29 = 10.1001 ⇒ 1,01001 ⇒ exp = 5
9 2

$41 = \underbrace{0\,100}_{4}\underbrace{0010}_{2}\underbrace{0010}_{2}\underbrace{0100}_{4}$

(2.6) −41 → IEEE 754 16 bits = C224

(2.7) 0,40625 ⇒ 0,01101 ⇒ 1,101 ⇒ exp = −2

s = 0
exp = 01111101
man = 1010000

$\underbrace{0\,011}_{3}\underbrace{1110}_{E}\underbrace{1\,101}_{D}\underbrace{0000}_{0}$

(3.1) 1012 → C2 ⇒

1012	16	
052	63	16
4	15	3

⇒ 0000001111110100
0 3 F 4

(3.2) −1012 → C2 ⇒ 0 3 F 4

$$\begin{array}{rcccc} & F & C & 0 & B \\ + & & & & 1 \\ \hline & F & C & 0 & C \end{array}$$

(3.3) −971 →

971	16	
11	60	16
	12	3

⇒ 3CB ⇒ 003CB

$003CB \xrightarrow{C1} FFC34 \rightarrow FFC35$

(3.4) 3ED00000 (IEEE 754)

0 01111101 1010... 0

s = 0
exp = −2
man = 1,101 = 1,625

} 0,203125

PRE3

(3.5) 480 — IEEE 754 – 16 bit

480 | 16
000   30 | 16
0   14   1

⇒ 1E0 ⇒ 111100000 ⇒ exp = 8

man: 1110.

s = 0   exp = 8 ⇒ 10000111

$480 = \underbrace{0100}_{4}\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1111}_{F}\underbrace{0000}_{\emptyset}$

(3.6) -480 ⇒ C3FØ

(3.7) 0,003387 ⇒ 0,000000001101110111111100

exp = -9   s = 0   m = 1011101111111

⇓

127 - 9 = 118

118 | 16
06   7

⇒ 01110110

$\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1011}_{B}\underbrace{0101}_{5}\underbrace{1101}_{D}$

→ 51   01010001 ⇒ 1,62...

→ 5E   01011110 ⇒ 1,68...

$1,62 \cdot 2^{-9} = 0,00316$

$1,68 \cdot 2^{-9} = 0,0032$ ⇒ 3B5E

Problemas resueltos sistemas

(1.7)
- Exponente exceso 2^{5-1}
- Mantisa C2

a) $\underbrace{0}_{\text{signo}}\underbrace{11000}\underbrace{1000000000}$

$11000 \Rightarrow 8$

mantisa: $0{,}11 = 0{,}75 \Rightarrow 0{,}75 \cdot 2^8 = 192$

b) $-0{,}078125 \Rightarrow$ signo = 1

$0{,}078125 = 0{,}0001\,01 \Rightarrow$ exponente $= -3 \Rightarrow$

$16-3 = 13 = 01101$

$0{,}078125 \Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 01\ 0000000 \\ 10\ 1111111 \\ 1 \\ \hline 11\ 0000000 \end{array}$$

$-0{,}078125 = \underbrace{1}\ \underbrace{01101}\ \underbrace{110000000}$

(1.9) IEEE 754 → 32 bits

ⓐ $-0{,}01 \Rightarrow 0{,}01 = 0{,}0000000\underbrace{101000111101011\ldots}$

exponente $= -7 \Rightarrow 127-7 = 120 \Rightarrow 01111000$

mantisa $= 1{,}01000111101011100001 0100$

$-0{,}01 = \underbrace{1}\ \underbrace{01111000}\ 01000111101011100001010$

ⓑ $\underbrace{0}_{+}\ \underbrace{10101100}_{172}\ \underbrace{1001000110\ldots 0}$

$172 - 127 = 45$

$2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-8} + 2^{-9} = 1{,}568359375$

⇓

$1{,}568359375 \cdot 2^{45} = 5{,}518 \cdot 10^{13}$

1.10 Hamming con 6 bits de datos

a) 101 000 1110

D_6	D_5	P_4	D_4	D_3	D_2	P_3	D_1	P_2	P_1
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0	1	0	0	0	1	1	1	0

Paridad $\Rightarrow 2^0, 2^1, 2^2, 2^3$

$$\left.\begin{array}{l} B3 \rightarrow P_2, P_1 \\ B5 \rightarrow P_3, P_1 \\ B6 \rightarrow P_3, P_2 \\ B7 \rightarrow P_3, P_2, P_1 \\ B9 \rightarrow P_4, P_1 \\ B10 \rightarrow P_4, P_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} P_1 \rightarrow B_3, B_5, B_7, B_9 \\ P_2 \rightarrow B_3, B_6, B_7, B_{10} \\ P_3 \rightarrow B_6, B_7 \\ P_4 \rightarrow B_9, B_{10} \end{array}$$

$T1 \rightarrow 1 \quad T2 \rightarrow 1 \quad T3 \rightarrow 1 \quad T4 \rightarrow 0$

Bit erróneo $0111 \Rightarrow 7 \Rightarrow B7$ debería ser "1"

$\Downarrow$

Palabra correcta $\Rightarrow$ 1011001110 $\Rightarrow$ Dato correcto = 101001

b) 0100110110

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
		P_4				P_3		P_2	P_1

$T1 \rightarrow 1 \quad T2 \rightarrow 1 \quad T3 \rightarrow 0 \quad T4 \rightarrow 1$

Bit 11 $\Rightarrow$ 7 $\Rightarrow$ Correcto

PRSZ

1.11 A3 2D FC 24 17 0D E4 B8

Paridad long y transversal (par)

1 0 1 0 0 0 1 1 → 0
0 0 1 0 1 1 0 1 → 0
1 1 1 1 1 1 0 0 → 0
0 0 1 0 0 1 0 0 → 0
0 0 0 1 0 1 1 1 → 0
0 0 0 1 0 1 1 0 1 → 1
1 1 1 0 0 1 0 0 → 0
1 0 1 1 1 0 0 0 → 0
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
0 0 0 1 0 0 0 0

Respuesta a la pregunta nº 27 del foro sobre resolución del nº -0,00015 representado en coma flotante de 16 bits:

He encontrado un ejercicio similar en el examen del 26 de enero de 1999 tipo A pregunta 12, cuyo enunciado indica:

- Obtener la representación del número decimal –0,00015 en formato normalizado IEEE754 para coma flotante de 16 bits (igual que el de 32 bits pero con una mantisa de 7 bits).

A) 377B B) B77D C) B91D D) 377D

Resolución:
Los pasos a seguir son exactamente los mismos que para 32 bits.
Principios:

- El bit más significativo es el signo.
- Los siguientes 8 bits son el exponente representado en exceso 127
- Los 7 bits más bajos son la mantisa, representada en formato normalizado con bit implícito.

B15	B14	B13	B12	B11	B10	B9	B8	B7	B6	B5	B4	B3	B2	B1	B0
Signo	Exponente								Mantisa						

Signo ⇒ Negativo ⇒ B15 = 1
0,00015 pasado a binario ⇒

0,00015 * 2 = 0,0003
0,00030 * 2 = 0,0006
0,0006 * 2 = 0,0012
0,0012 * 2 = 0,0024
0,0024 * 2 = 0,0048
0,0048 n * 2 = 0,0096
0,0096 * 2 = 0,0192
0,0192 * 2 = 0,0384
0,0384 * 2 = 0,0768
0,0768 * 2 = 0,1536
0,1536 * 2 = 0,3072
0,3072 * 2 = 0,6144
0,6144 * 2 = 1,2288
0,2288 * 2 = 0,4576
0,4576 * 2 = 0,9152
0,9152 * 2 = 1,8304
0,8304 * 2 = 1,6608
0,6608 * 2 = 1,3216
0,3216 * 2 = 0,6432
0,6432 * 2 = 1,2864
....

0,00015 = 0,00000000000010011101..
Para la representación normalizada con bit implícito hay que expresarla siempre de forma 1,......... lo que implica que hay que correr la coma hacia la decha 13 posiciones quedando el número como 1,00111....
De aquí se obtiene que el exponente es -13 y la mantisa 1,00111.. pero como es con bit implícito el primer 1 no se representa quedando en 00111..

Como el exponente es -13 y se debe representar en exceso 127 el paso a binario exceso 127 es: 127-13= 114 que pasado a binario es 01110010

De lo anterior se deduce :

	B15	B14	B13	B12	B11	B10	B9	B8	B7	B6	B5	B4	B3	B2	B1	B0
binario	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1
hexadecimal	B				9				1				D			

Solución la C

De todas formas se podría aproximar el resultado por eliminación , ya que las respuestas (A) y (D) empiezan por 3 lo que significa 0011.... osea números positivos, lo que las elimina.
De las otras 2 (B) y la (C) B7.. y B9.. no está tan a la vista la diferencia y habría que hacer el desarrollo para ajustar la solución.

PRS4